

ELEMENTS POUR UNE INGENIERIE DIDACTIQUE

Situation didactique, situation a-didactique

Dans la conception la plus générale de l'enseignement, le savoir est une association entre les bonnes questions et les bonnes réponses. L'enseignant pose un problème que l'élève doit résoudre : si l'élève répond, il montre par là, qu'il sait, sinon se manifeste un besoin de savoir qui appelle une information, un enseignement. *A priori, toute* méthode qui permet de mémoriser les associations favorables est acceptable.

La maïeutique socratique limite ces associations à celles que l'élève peut effectuer lui-même. Cette restriction a pour objet de garantir la compréhension du savoir par l'élève, puisqu'il le produit. Mais on est alors conduit à supposer que l'élève possédait déjà ce savoir, soit qu'il l'ait depuis toujours (réminiscence), soit qu'il le construise lui-même par son activité propre et isolée. Tous les procédés où le maître ne donne pas lui-même la réponse, sont acceptables pour accoucher l'élève de ce savoir.

Le schéma socratique peut être perfectionné si on suppose que l'élève est capable de tirer son savoir de ses propres expériences, de ses propres interactions avec son milieu, *même* si ce milieu n'est pas organisé à des fins d'apprentissage : l'élève apprend en regardant le monde (hypothèse empiriste - sensualiste) ou en faisant des hypothèses parmi lesquelles son expérience lui permet de choisir (hypothèses *aprioristes*) ou encore dans une interaction plus complexe faite d'assimilations et d'accommodations telles que PIAGET les décrit.

L'élève apprend en s'adaptant à un milieu qui est facteur de contradictions, de difficultés, de déséquilibres, un peu comme le fait la société humaine. Ce savoir, fruit de l'adaptation de l'élève, se manifeste par des réponses nouvelles qui sont la preuve de l'apprentissage.

Ce processus psycho-génétique piagétien est à l'opposé du dogmatisme scolastique. L'un ne semble rien devoir à l'intention didactique, alors que l'autre lui doit tout. En attribuant à l'apprentissage "naturel" ce qui repose sur l'art d'enseigner selon le dogmatisme, la théorie de PIAGET risque de soulager le maître de toute responsabilité didactique : ceci constitue un paradoxal retour à une sorte d'empirisme ! Mais un milieu sans intentions didactiques est manifestement insuffisant à induire chez l'élève toutes les connaissances culturelles que l'on souhaite qu'il acquière.

La conception moderne de l'enseignement va donc demander au maître de provoquer chez l'élève les adaptations souhaitées, par un choix judicieux, des "problèmes" qu'il lui propose. Ces problèmes, choisis pour que l'élève puisse les accepter doivent le faire agir, parler, réfléchir, évoluer, de son propre mouvement. Entre le moment où l'élève accepte le problème comme sien et celui où il produit sa réponse, le maître se refuse à intervenir comme "proposateur" de connaissances qu'il veut voir apparaître. L'élève sait bien que le problème a

été choisi pour lui faire acquérir une connaissance nouvelle, mais il doit savoir aussi que cette connaissance est entièrement justifiée par la logique interne de la situation et qu'il peut la construire sans faire appel à des raisons didactiques. Non seulement il le peut, mais il le doit aussi, car il n'aura véritablement acquis cette connaissance que lorsqu'il sera capable de la mettre en œuvre de lui-même dans des situations qu'il rencontrera en dehors de tout contexte d'enseignement et en l'absence de toute indication intentionnelle. Une telle situation est appelée situation a-didactique. Chaque connaissance peut se caractériser par une ou des situations a-didactiques qui en préserve le sens et que nous appellerons situation fondamentale. Mais l'élève ne peut pas résoudre d'emblée n'importe quelle situation a-didactique, le maître lui en ménage donc qui sont à sa portée. Ces situations a-didactiques aménagées à des fins didactiques déterminent la connaissance enseignée à un moment donné et le sens particulier que cette connaissance va prendre du fait des restrictions et des déformations ainsi apportées à la situation fondamentale.

Cette situation ou ce problème choisi par l'enseignant est une partie essentielle de la situation plus vaste suivante : le maître cherche à faire dévolution à l'élève d'une situation a-didactique qui provoque chez celui-ci l'interaction la plus indépendante et la plus féconde possible. Pour cela, il communique ou s'abstient de communiquer, selon le cas, des informations, des questions, des méthodes d'apprentissage, des heuristiques, etc... L'enseignant est donc impliqué dans un jeu avec le système des interactions de l'élève avec les problèmes qu'il lui pose. Ce jeu ou cette situation plus vaste est la situation didactique.

L'élève ne distingue pas d'emblée, dans la situation qu'il vit, ce qui est d'essence a-didactique et ce qui est d'origine didactique. La situation a-didactique finale de référence, celle qui caractérise le savoir, peut être étudiée de façon théorique, mais, dans la situation didactique, pour le maître comme pour l'élève, elle est une sorte d'idéal vers lequel il s'agit de converger : l'enseignant doit sans cesse aider l'élève à dépouiller dès que possible la situation de tous ses artifices didactiques pour lui laisser la connaissance personnelle et objective.

Le contrat didactique est la règle du jeu et la stratégie de la situation didactique. C'est le moyen qu'a le maître de la mettre en scène. Mais l'évolution de la situation modifie le contrat qui permet alors l'obtention de situations nouvelles. De la même façon, la connaissance est ce qui s'exprime par les règles de la situation a-didactique et par les stratégies. L'évolution de ces stratégies requiert des productions de connaissances qui permettent à leur tour la conception de nouvelles situations a-didactiques.

Le contrat didactique n'est pas un contrat pédagogique général. Il dépend étroitement des connaissances en jeu.

Dans la didactique moderne, l'enseignement est la dévolution à l'élève d'une situation a-didactique, correcte, l'apprentissage est une adaptation à cette situation. Nous verrons plus loin que l'on peut concevoir ces situations comme des jeux formels et que cette conception favorise la compréhension et la maîtrise des situations d'enseignement.

Le contrat didactique

Ainsi, dans toutes les situations didactiques, le professeur tente de faire savoir à l'élève ce qu'il veut qu'il fasse. Théoriquement, le passage de l'information et de la consigne du professeur à la réponse attendue, devrait exiger de la part de l'élève la mise en œuvre de la connaissance visée, qu'elle soit en cours d'apprentissage ou déjà connue. Nous savons que le

seul moyen de "faire" des mathématiques, c'est de chercher et résoudre certains problèmes spécifiques et, à ce propos, de poser de nouvelles questions. Le maître doit donc effectuer non la communication d'une connaissance, mais la dévolution du bon problème. Si cette dévolution s'opère, l'élève entre dans le jeu et s'il finit par gagner, l'apprentissage s'opère.

* Mais si l'élève refuse ou évite le problème, ou ne le résout pas ? Le maître a alors l'obligation sociale de l'aider et même parfois de se justifier d'avoir posé une question trop difficile.

* Alors se noue une relation qui détermine - explicitement pour une petite part, mais surtout implicitement - ce que chaque partenaire, l'enseignant et l'enseigné, a la responsabilité de gérer et dont il sera d'une manière ou d'une autre, responsable devant l'autre. Ce système d'obligations réciproques ressemble à un contrat. Ce qui nous intéresse ici est le contrat didactique, c'est-à-dire la part de ce contrat qui est spécifique du "contenu" . la connaissance mathématique visée.

C'est pourquoi nous ne pouvons pas ici détailler ces obligations réciproques, d'ailleurs, ce sont en fait les ruptures du contrat qui sont importantes. Mais examinons en quelques conséquences immédiates.

* Le professeur est supposé créer des conditions suffisantes pour l'appropriation des connaissances, et il doit "reconnaître" cette appropriation quand elle se produit.

* L'élève est supposé pouvoir satisfaire ces conditions.

* La relation didactique doit "continuer" coûte que coûte.

* Le professeur assure donc que les acquisitions antérieures et les conditions nouvelles donnent à l'élève la possibilité de l'acquisition.

Si cette acquisition ne se produit pas, s'ouvre un procès à l'élève qui n'a pas fait ce qu'on est en droit d'attendre de lui mais aussi un procès au maître qui n'a pas fait ce à quoi il est tenu (implicitement).

Remarquons que ce jeu d'obligation n'est pas exactement un contrat :

D'abord, il ne peut pas être complètement explicité, dès lors qu'il prétend porter sur le résultat de l'action d'enseigner. Il n'existe pas de moyens repérés et suffisants pour construire des savoirs nouveaux ou pour obtenir, contre toute défense d'appropriation par l'élève, les savoirs visés. Et si le contrat ne porte que sur les règles de comportement du professeur ou de l'élève, son respect scrupuleux condamnera la relation didactique à l'échec.

Il est nécessaire cependant que le professeur accepte la responsabilité des résultats et qu'il assure à l'élève les moyens effectifs de l'acquisition des connaissances. Cette assurance est fallacieuse, mais indispensable pour lui permettre d'engager la responsabilité de l'élève. De même, il est nécessaire que l'élève accepte la responsabilité de résoudre des problèmes dont on ne lui a pas enseigné la solution bien qu'il ne voie pas *a priori*, les choix qui lui sont offerts. et leurs conséquences, et qu'il soit donc dans un cas patent d'irresponsabilité juridique.

Nous verrons qu'un contrat de ce genre, totalement explicite, est voué à l'échec. En particulier les clauses de rupture et l'enjeu du contrat ne peuvent pas être décrits à l'avance. La connaissance sera justement ce qui résoudra les crises nées de ces ruptures ; elles ne peuvent pas être pré-définies. Pourtant, au moment de ces ruptures, tout se passe comme si un contrat implicite liait l'enseignant et l'enseigné : surprise de l'élève qui ne sait pas résoudre le problème et qui s'insurge de ce que le maître n'ait pas su l'en rendre capable, surprise du maître qui estimait raisonnablement suffisantes ses prestations... révolte, négociation, recherche d'un nouveau contrat qui dépend du nouvel "état", des savoirs... acquis et visés.

Le concept théorique en didactique n'est donc pas le contrat (le bon, le mauvais, le vrai, ou le faux contrat), mais le processus de recherche d'un contrat hypothétique. C'est ce processus qui représente les observations et doit les modéliser et les expliquer.

Un exemple de la dévolution d'une situation a-didactique

Dans un jeu sur micro-ordinateur, de jeunes enfants (5 ans) doivent, avec le crayon optique, conduire un à un, des lapins dans un pré et des canards dans une mare. Les règles de la manipulation ne présentent pas de difficultés insurmontables à cet âge. Les enfants peuvent interpréter que la disparition puis la réapparition d'un animal à un autre endroit, correspond à un déplacement. Mais il s'agit bientôt d'autre chose que d'une manipulation selon la règle : le maître veut que l'élève pointe tous les lapins l'un après l'autre et une seule fois, avant de les diriger vers le pré, afin de développer chez lui l'énumération d'une collection. La suite des opérations à effectuer n'est pas donnée dans la consigne, elle est à la charge de l'élève. La dévolution de cette tâche se fait par étapes

Première étape : Approche purement ludique.

Les élèves n'ont pas encore compris que, parmi les issues du jeu, certaines sont souhaitables : tous les lapins vont dans le pré et dansent une petite ronde, et d'autres sont non souhaitables : les lapins oubliés deviennent rouges et émettent un grognement.

Ils jouent , piquent les lapins et sont heureux de provoquer un effet, quel qu'il soit.

Deuxième étape : Définition d'une préférence.

Les élèves ont bien compris quel est l'effet souhaité (par exemple), on a supprimé tout effet des fausses manipulations), mais ils attribuent les résultats, bons ou mauvais, à une sorte de fatalité ou de hasard.

Ce genre d'interprétation est adéquat pour de nombreux jeux : à "la bataille" ou aux "petits chevaux", le plaisir naît de l'attente de ce que le sort réserve, alors que le joueur ne prend aucune décision.

Troisième étape : Dévolution d'une responsabilité et d'une causalité.

Pour accepter une responsabilité dans ce qui lui arrive, l'élève doit considérer ce qu'il fait comme un choix parmi diverses possibilités, puis envisager une relation entre les décisions qu'il a prises et leurs résultats.

A cette étape, les élèves peuvent, après coup, envisager que le déroulement du jeu aurait pu être différent. Cela suppose qu'ils peuvent se souvenir de certaines de leurs actions et plus précisément de ce qui, en elles, était pertinent ou non.

Cette dévolution est délicate : la plupart des enfants sont prêts à accepter du maître l'idée qu'ils sont responsables du résultat du jeu bien qu'ils soient incapables d'établir qu'ils auraient pu obtenir un meilleur résultat par un choix approprié de leur part, ce qui, formellement, est un cas flagrant d'irresponsabilité.

Si l'élève résout assez vite le problème, le fait d'avoir accepté *a priori* le principe de sa responsabilité n'a été qu'un prologue nécessaire à l'apprentissage qui vient justifier après coup cette responsabilisation, en donnant à l'élève les moyens de l'assumer et, finalement, d'échapper à la culpabilité.

Mais pour l'élève qui ne peut pas franchir la difficulté, de relier, par la connaissance, son action aux résultats obtenus, la responsabilisation doit être renégociée sous peine de provoquer des sentiments de culpabilité et d'injustice très vite préjudiciables aux apprentissages ultérieurs...

Quatrième étape : Dévolution de l'anticipation.

La relation entre la décision et le résultat est envisagée avant la décision, l'élève prend à sa charge des anticipations qui excluent toute intervention occulte. Même si elle n'est pas encore entièrement maîtrisée, cette anticipation est considérée comme étant de la responsabilité cognitive du joueur et non pas seulement sa responsabilité sociale.

Cinquième étape : Dévolution de la situation a-didactique.

Pour réussir, l'élève doit bien effectuer l'énumération d'une collection. Mais il ne suffit pas qu'il la produise une fois "par hasard". Il faut qu'il sache la reproduire à volonté dans des circonstances variées. Il faut qu'il soit conscient de ce pouvoir de reproduction et qu'il ait une connaissance, au moins intuitive, des conditions qui lui permettent de bonnes chances de réussite. L'élève doit reconnaître les jeux auxquels il vient d'apprendre à jouer. Mais ce qu'il sait faire ne lui a pas été nommé, identifié, et surtout ne lui a pas été décrit comme une procédure "fixe". Ainsi, la dévolution ne porte pas sur l'objet de l'enseignement, mais sur les situations qui le caractérisent. Cet exemple a été choisi pour bien distinguer les différentes composantes de la dévolution. L'énumération n'est pas un concept mathématique culturellement très pesant. Il n'intervient dans l'enseignement que beaucoup plus tard, avec des langages et des problématiques différents. Ni le vocabulaire, ni les connaissances formelles ne viennent donc perturber l'objet de l'enseignement.

L'enfant, avant cet apprentissage, avait pu "énumérer" des collections en déplaçant les objets ou en les marquant de façon à toujours avoir une matérialisation commode de l'ensemble restant à énumérer.

Mais ici il doit effectuer la même tâche mentalement, ses représentations doivent s'étendre à un contrôle intellectuel beaucoup plus complexe : chercher un premier lapin facile à repérer, puis un autre, de telle façon à garder à l'esprit que ces deux sont déjà pris ; chercher un autre, assez voisin des premiers et formant avec eux une disposition ('Petit groupe, ligne ...) permettant de ne pas les perdre "de vue" tout en cherchant un quatrième, qui entre à son tour dans la structure afin de ne pas reprendre un lapin déjà pris et de permettre de savoir s'il en reste encore ... etc.

Cette "tâche" ne peut pas être décrite comme une procédure, ni même "montrée" car énumérer une collection devant un enfant ne lui donne aucune idée des moyens de contrôle qu'il doit acquérir.

Dans cet exemple, la dévolution de la situation a-didactique est peut-être observée indépendamment de la dévolution de l'objet d'enseignement (qui ne peut avoir lieu à ce moment). Ni le maître, ni l'élève, ne peuvent identifier ce qui est enseigné, ce qui est à connaître ou à savoir.

Un peu plus tard, les énumérations, en tant que productions peuvent devenir des objets d'étude pour l'élève. Il peut reconnaître celles qui sont semblables ou différentes, celles qui sont correctes ou celles qui échouent... concevoir et comparer des méthodes... et connaître - après coup - l'objet d'enseignement attaché au jeu des lapins. Il pourra aborder des problèmes d'énumération et de combinatoire plus proches des problèmes scientifiques et définir alors ce qu'il doit apprendre, ce qu'il doit résoudre et ce qu'on lui demande de savoir. Ces dévolutions d'objets d'études, d'objets de savoir et d'objets d'enseignement devraient pouvoir s'interpréter comme des dévolutions de situations a-didactiques d'un autre type.

L'épistémologie des professeurs

Le professeur est alors conduit à expliciter une méthode de production de la réponse : comment répondre à l'aide des connaissances antérieures, comment comprendre, construire une connaissance nouvelle, comment "appliquer" les leçons, reconnaître les questions, comment apprendre, deviner, résoudre... etc. Il se réfère ainsi à une philosophie implicite des mathématiques ou à un modèle (comme la géométrie élémentaire) construit pour l'usage qui en est fait : résoudre les conflits du contrat didactique.

* Cette "épistémologie du professeur" (à usage professionnel) doit donc aussi être, en fait, celle de l'élève et de ses parents. Elle doit être présente dans la culture pour permettre aux justifications de fonctionner et d'être reçues. Le professeur n'est pas libre de la changer à sa guise. Il comprend qu'elle a peu de chance d'être consistante, donc de servir de base à une théorie didactique.

* Pour les enseigner, un professeur doit donc réorganiser les connaissances, afin qu'elles se prêtent à cette description, à cette "épistémologie". C'est le début du processus de modification des connaissances qui en change l'organisation, l'importance relative, la présentation, la genèse... en fonction des nécessités du contrat didactique. Nous avons appelé transposition didactique cette transformation.

Remarquons que la pratique empirique de l'enseignement des mathématiques, quelle que soit la qualité scientifique des professeurs, ne les conduit pas spontanément à construire une simulation correcte de la genèse des notions. Au contraire, la tentation est grande d'économiser le double travail (de recontextualisation et de redécontextualisation) et de faire apprendre directement un texte du savoir : pour respecter les autres obligations du contrat, des problèmes sont bien proposés aux élèves, mais leur solution peut être trouvée par des procédés qui font l'économie et la connaissance spécifique de la notion (comme dans l'exemple de l'analogie). La solution est cachée sous une fiction didactique connue de l'élève et qui sert au moment de la négociation. Puisque le maître doit "prouver" à l'élève qu'il lui était possible de répondre et d'apprendre le savoir visé, il doit au moins pouvoir lui dire comment "*a priori*". Certes si la solution est articulée comme un texte mathématique, elle comprend la justification scientifique correcte du résultat, mais beaucoup d'élèves obtiennent "la réponse non par le raisonnement mathématique souhaité", mais par le décodage de la convention didactique.

Illustration : l'effet "DIENES"

L'étude des conceptions de DIENES et des échos qu'elles ont éveillés chez les enseignants dans le cadre des réformes des années 70 est à ce sujet extrêmement démonstratrice (cf MAUDET et G. BROUSSEAU).

Par son "processus psychodynamique", DIENES propose un modèle d'apprentissage fondé sur la reconnaissance des similitudes entre des "jeux structurés", puis sur la schématisation et la formalisation de ces généralisations" guidées.

Il s'agit en fait d'une description et d'une systématisation de certaines pratiques d'enseignement déjà en usage, accompagnée d'une traduction en termes mathématiques -. des problèmes semblables deviennent "isomorphes", et une généralisation, un "passage au quotient". La théorie ensembliste et les structures fondamentales deviennent le moyen de décrire tous les éléments de la situation d'enseignement qui, en retour, les illustrent parfaitement.

Cette traduction implique une confusion systématique entre la structure de la situation (le jeu), la structure de la tâche, le processus intellectuel et la connaissance elle-même (en tant que structure mathématique). Elle conduit donc implicitement à ériger les fondements des mathématiques, tels qu'ils étaient conçus à l'époque, en un modèle universel, aussi bien comme moyen de description et organisation des mathématiques (la logique), moyen de leur construction et de leur fonctionnement (épistémologie), moyen d'expliquer le fonctionnement psychologique de l'élève à leur sujet (psychologie cognitive), moyen de décrire le processus d'apprentissage et les étapes du développement d'une connaissance (épistémologie génétique) et enfin les moyens 'didactiques d'obtenir cet apprentissage.

L'épistémologie spontanée des professeurs se trouvait ainsi soudain justifiée, "sacralisée", par sa reformulation en termes "scientifiques" et réaccordée miraculeusement avec tous les domaines susceptibles de la contester. Ce fait fut une des causes du succès initial des propositions de DIENES.

Une telle didactique est indépendante des contenus. Elle conduit même le professeur à mettre l'accent sur les variables non pertinentes de la situation mathématique (celles qui ne les modifient pas) au détriment des conditions spécifiques ("principe de variabilité"). Et finalement, elle n'est qu'une méthode de présentation de savoirs favorisant leur mémorisation.

Le fait le plus évident dans l'utilisation de cette méthode est le suivant : seuls les prosélytes de la méthode sont susceptibles de la faire fonctionner avec succès. Tout usage "servile" des matériels DIENES conduit à des déceptions et à des échecs.

L'analyse en terme de contrat didactique peut proposer une explication à ce fait.

La méthode didactique de DIENES, en s'appuyant sur "le processus psycho-dynamique", ne laisse pas explicitement d'autre place à l'enseignant que le choix des matériels, la présentation des fiches, les encouragements d'usage... la méthode doit opérer par la vertu d'un processus interne du sujet inéluctable dès lors que ses conditions d'entrées sont satisfaites :

présentation répétée de jeux structurés, demande de schématisation... etc. Elle délivre ainsi le maître de la responsabilité technique d'obtenir lui-même l'apprentissage espéré. Il peut présenter ses exercices, attendre,... fournir éventuellement les réponses accompagnées d'une petite explication, envoyer à la fiche suivante, organiser le jeu correspondant... mais le contrat d'enseignement ne le lie plus à l'évolution du comportement cognitif que le "jeu" est supposé prendre en charge. Au contraire, il doit laisser l'élève penser par lui-même. Or les jeux de DIENES ne sont pas très souvent satisfaisants parce qu'ils postulent que les règles proposées à l'élève (pour jouer) sont les mêmes que celles qu'il faut lui apprendre, la structure du jeu et celle qui "est" le savoir s'ont identiques ! Ainsi la compréhension de la règle, condition pour agir, exige préalablement, de la part de l'élève, la connaissance que l'on prétend lui enseigner. Si le maître enseignait d'abord la règle, le jeu se transformerait donc en exercice. Pour éviter cela, il essaie de faire deviner la règle activité qui n'est pas théorisée dans le processus psycho-mathématique.

De nombreux travaux de l'auteur ayant pour objet l'amélioration des situations didactiques (dont certains **sont** évoqués plus loin) ont été conduits dans l'hypothèse que les échecs observés étaient dus à l'insuffisance théorique et pratique des jeux de DIENES.

Il semble pourtant que la cause déterminante soit la rupture dans la dévolution de toute négociation didactique à cause de la délégation faite par le professeur à un processus indépendant réputé suffisant. Le contrat d'enseignement peut subsister si le maître se soucie des résultats quantitatifs de l'élève, mais l'articulation des connaissances et leur genèse restent ignorées. Au contraire, l'action "militante" d'un professeur décidé à montrer que la méthode est efficace le conduit à restaurer ce débat. L'insuffisance des situations dans la justification et la signification des connaissances visées n'empêche pas le discours du maître de leur donner un sens et une place suffisante pour un apprentissage. Il est exact toutefois que si les situations étaient incorrectes, aucune dévolution ne permettrait aux jeux de DIENES de produire la connaissance annoncée. Le problème reste ouvert pour de "bonnes" situations. Dans tous les cas, les méthodes d'enseignement de DIENES permettraient d'obtenir des résultats, mais pour des raisons différentes de celles avancées dans la théorie qui les accompagnait.

Cette analyse montre l'utilisation qui peut être faite de la notion de contrat pour tenter d'expliquer un phénomène de didactique lié à l'épistémologie des professeurs. Problème important. Est-ce que toute méthode ou toute situation réputée efficace par le truchement d'une quelconque "loi psychologique" ou "didactique" qui délivrerait le professeur de la négociation didactique n'entraînerait pas le même effet ?

Plus le professeur serait assuré de la réussite par des effets indépendants de son investissement personnel et plus il échouerait... ! Nous appelons effet DIENES ce phénomène qui montre la nécessité d'intégrer les rapports maître-élève dans toute théorie didactique. Et cette conclusion renvoie à - une question plus difficile : l'épistémologie des professeurs est-elle incontournable ?

Heuristique et didactique

Il est clair qu'on ne connaît pas les conditions à la -fois nécessaires, minimales (pour donner le maximum de sens à l'activité de l'élève) et néanmoins suffisantes (pour lui permettre de satisfaire son contrat). On ne connaît pas d'épistémologie génétique effective qui

permettrait l'économie de ces négociations de sorte que le maître et l'élève sont souvent réduits (inconsciemment bien sûr) à des expédients :

- la substitution de problème qui peut aboutir à l'effet Topaze ou plus froidement à l'effet Jourdain

- l'usage abusif de l'analogie, le glissement métacognitif, etc...

Or, le professeur, à côté des problèmes, doit donner des moyens de les résoudre (le savoir théorique par exemple) et rendre compte que les moyens déjà enseignés, permettraient bien de construire la solution. Il doit donc faire comme s'il savait comment, en partant de certains savoirs (enseignés), on fabrique des solutions à des problèmes nouveaux. Et un jour, il doit aussi s'expliquer sur ces moyens : comment on les retrouve, comment on les reconnaît...

Son action présuppose-t-elle une épistémologie ? Il va être obligé de la produire, de la livrer ! Pourquoi l'élève a-t-il fait une erreur ? Comment peut-il éviter les prochaines ? Comment trouver une solution ?

"L'algorithme" constitue un instrument de déblocage et de solution des conflits didactiques, en ce sens qu'il permet momentanément un partage clair des responsabilités. Le maître montre l'algorithme, l'élève l'apprend et "l'applique" correctement : sinon il doit s'exercer, mais son incertitude est presque nulle. On lui affirme qu'il existe toute une classe de situations différentes dans lesquelles l'algorithme donne une solution (le conflit va reprendre quand il s'agira de choisir un algorithme pour un problème donné).

L'algorithme est pratiquement le seul moyen "officiel" de déblocage ; c'est-à-dire qu'il a fait l'objet de l'explicitation de méthodes d'enseignement qui le concernent. Et il sert de modèle unique ou presque à toutes les approches sous-culturelles de l'enseignement.

On doit donc s'attendre à ce que l'élève reçoive toutes les indications du professeur sur le même mode comme moyens "efficaces" de résoudre les problèmes (tels que des algorithmes) et ceci même si le professeur les choisit de façon à ce qu'ils relancent la recherche de l'élève, l'encouragent, l'aident sans toucher à l'essentiel de ce qui doit rester à sa charge. Ainsi, les indications de type heuristique seront demandées, données et reçues au sein d'un malentendu, suggestions incertaines pour l'un, connaissances comparables aux algorithmes ou aux théorèmes de mathématiques pour l'autre. Avec cet art de résoudre des problèmes, dont l'essentiel est fondé sur l'introspection, le maître voudrait apprendre à son élève à chercher : lui, attend des algorithmes.

Mais ce que le maître voudrait présenter à l'élève comme des occasions de recherches typiques n'est qu'une collection d'objets culturels, de problèmes dont les solutions sont connues et répertoriées par l'heuristique. L'élève est donc fondé à la recevoir sur le mode du savoir. En ce sens, comme GLAESER le souligne fortement, "l'heuristique ne peut pas s'enseigner puisque sa matière est la part imprévisible et créative de toute recherche de problème. On ne peut que donner un entraînement à l'heuristique qui habitue l'étudiant aux situations de recherche".

Mais alors le processus reste bloqué ! Le professeur ne devrait pas, par exemple, faire usage des démarches de pensées inventoriées par POLYA2 et qu'il a lui-même reconnu avoir utilisées lors de ses succès de mathématicien.

Il n'y a pas grand danger pourtant à délivrer, à l'occasion, des informations 1 ou des conseils... "Dessinez une figure, introduisez la notation appropriée, quelle est l'inconnue ? Connaissez-vous un problème qui se rattache à celui-ci ?... Énoncez-le différemment"... Reportez-vous aux définitions... (POLYA, commentaires). Au contraire, il s'agit d'habitudes à acquérir.

"Pour résoudre un problème vous devez successivement : comprendre le problème..." (POLYA (2)). Le contrat glisse ; maintenant, la recherche des informations ou des suggestions latérales devient un moyen didactique reconnu, bientôt peut-être exigible d'un élève qui prétend chercher et dont on met en doute l'activité réelle.

Alors le maître est appelé en retour à mettre au clair ces moyens, à les classer, à les identifier, à les définir, à répondre de leur efficacité. Il va donc peut-être choisir les problèmes qui permettront le mieux de les illustrer, de les appliquer, de les faire fonctionner, à titre d'exemple. Mais il ne peut pas restreindre les problèmes de mathématiques et ceux où l'application presque automatique d'un procédé annoncé à l'avance donne la solution. L'élève cherche alors quelle suggestion procédologique est la bonne. La boucle est accomplie, les "heuristiques" se sont substituées ou ont pris place à côté des théorèmes et des théories parmi les moyens entre lesquels il faut choisir pour résoudre un problème, mais le problème reste et le contrat didactique aussi.

Pourquoi ne pas chercher des heuristiques du second ordre ?

Cette voie amorce un type de glissement (heuristique) récurrent comparable au glissement métacognitif. Il est possible d'identifier aussi un glissement métamathématique qui consiste à substituer à un problème mathématique un débat logique de sa solution et à lui attribuer toutes les sources d'erreurs.

Le processus que nous venons de décrire est donc une tendance résultant naturellement des nécessités du contrat didactique. Il est facile d'en trouver des exemples à plusieurs reprises dans l'histoire de l'enseignement. De même, il est clair qu'il n'a rien d'inéluctable : les réticences, puis les résistances, se font de plus en plus fortes au fur et à mesure que le glissement devient important. Il semble que, comme pour l'effet de glissement métacognitif, la seule force antagoniste soit la vigilance épistémologique.

Comme pour les analogies, l'usage - naïf ou systématique - des heuristiques est un excellent moyen de recherche des solutions de problèmes (l'heuristique étant le moyen par définition et par excellence) à condition d'être mise en œuvre sous la responsabilité exclusive de son utilisateur. Tout crédit accordé *a priori* à une méthode particulière est un signe de déceptions souvent amères, qui la rend impropre au contrat didactique. Avec GLAESER, nous pouvons appeler "procédologie" "tout le répertoire de recettes éprouvées (sur les stocks de problèmes classiques) que l'enseignement... inculque" et qui ne sont pas des théorèmes ou des métathéorèmes. (L'enseignement ne semble pas avoir pour mission explicite d'inculquer ces recettes, et nous préférons admettre qu'il le fait sous la pression du contrat didactique).

En revanche, je proposerai d'étendre le terme de "procédures algorithmiques qui apparaissent... comme sous-programmes d'une recherche heuristique" à tout ce qui, dans le contrat didactique, tend à jouer le même rôle, y compris les heuristiques ou les idées originales, lorsqu'elles sont présentées ou utilisées comme des recettes.

C'est la fonction et la présentation didactiques qui laissent ou enlèvent sa valeur à un procédé. Plus exactement, c'est la nature du contrat qui se noue à leur propos. Comme l'effet DIENES (pour le maître), l'affirmation à l'élève qu'il existe une méthode automatique (ou presque) pour établir une famille de résultats, même si c'est vrai, tend à le décharger de la responsabilité fondamentale du contrôle de son travail intellectuel, bloque donc la dévolution du problème, ce qui fait échouer le plus souvent l'activité (et de plus permet à l'élève de contredire et contester la méthode s'il le veut).

Il me paraît nécessaire de souligner ce que nous venons de montrer:

- qu'il n'y a pas de différence de nature entre un usage réservé et **légitime** de "l'heuristique normative" de POLYA, en vue de "l'éducation" mathématique et la fine procédologie du second ordre, seulement une différence de degré dans l'acceptation du glissement sous la pression du contrat (ou pour aller vers l'élève);

- qu'il n'y a pas de raison de déclarer *a priori* illégitime, pour le maître, de donner des indications de cette nature (comme ce que nous avons appelé "l'épistémologie des professeurs"), on peut considérer qu'elles sont, en l'absence d'une authentique science de la didactique, une nécessité professionnelle inévitable.

Il est important de comprendre les conditions antagonistes qui influencent l'équilibre entre les tendances opposées (pas de renseignements - trop de renseignements).

Cette analyse soulève l'hypothèse suivante : l'heuristique pourrait n'être qu'une rationalisation fondée sur l'épistémologie des professeurs, une invention didactique pour les besoins du contrat, récupérée et développée par les mathématiciens en guise d'épistémologie spontanée.

Guy BROUSSEAU
Université de Bordeaux I (1992)

Conclusions (texte de janvier 2000, pour la traduction en italien.

Cet article n'avait certes pas l'ambition de présenter l'ingénierie didactique de façon systématique ni même d'en montrer tous les aspects.

Nous avons seulement voulu évoquer trois de ses aspects les plus fondamentaux : d'abord l'ingénierie des situations a-didactique (isolées) : problèmes, leçons, situations fondamentales etc. ensuite l'ingénierie du contrat didactique des processus longs et de la transposition (c'est à dire celle des systèmes didactiques généraux), enfin l'ingénierie des grands systèmes didactiques réels, qui confine à l'épistémologie.

Nous avons donc montré d'abord qu'il est intéressant et même indispensable de traiter dialectiquement les connaissances visées et les situations (a-didactiques) qui objectivent et modélisent leur fonction actuelle pour le sujet ou pour l'institution qui les utilise ou qui les apprend. Si établir pour chaque connaissance les situations ou les problèmes qui la rendent nécessaire (comme moyen de quelque action ou de quelque projet) est une pratique très ancienne et très liée au développement du savoir, il n'est pas habituel de la considérer comme un objet d'étude autonome et de modélisation. L'ingénierie didactique consiste à déterminer, décrire, diffuser et reproduire les conditions favorables à l'usage et à la production originale d'une connaissance. Si la production spontanée de situations didactiques (au sens de situations qui servent à enseigner, ou situations à usage didactique) est la base de tout enseignement, leur étude leur comparaison, leur optimisation suppose des connaissances

scientifiques spécifiques que la didactique (en tant que science) tend à développer. Nous n'avons donné ici qu'un exemple, sans évoquer aucune des méthodes de construction des situations spécifiques d'une connaissance précise que la didactique a commencé à répertorier.

Nous avons ensuite exposé que ces situations a-didactiques ne peuvent pas fonctionner dans une relation didactique sans que leur sens soit altéré par les contraintes et les paradoxes du contrat didactique (traité ici de façon trop allusive sans doute).

Ainsi la genèse des savoirs dans l'histoire de l'humanité comme dans celle d'un individu ou d'une institution (la chronogénèse), ne suit pas l'organisation actuelle (toujours reprise d'ailleurs) de ces savoirs (la topogénèse). Ainsi l'élève n'apprend pas par les voies qui lui sont présentées par la suite comme celles qu'il a suivies. L'organisation de ce qu'il apprend et celle de son apprentissage ne sont pas isomorphes (elles ne peuvent être semblables). Et pourtant la première doit supplanter et effacer la seconde dans sa mémoire. De là découlent de nombreux et difficiles problèmes de transposition et d'adaptation du savoir auxquels l'ingénierie doit faire face.

Enfin, sur deux exemples, celui des processus psychodynamiques de Diénès et celui des heuristiques de Polya, nous avons essayé d'exposer pourquoi des fictions épistémologiques et didactiques sont nécessaires. Bien qu'elles soient formellement et scientifiquement fausses, elles sont indispensables et l'épistémologie spontanée des professeurs s'en nourrit sans cesse. L'ingénierie didactique réelle ne peut pas ignorer le jeu complexe des représentations épistémologiques (fausses mais légitimes) des divers protagonistes de l'enseignement.

NOTES:

1 En ce sens que disparaît d'elle l'intention d'enseigner (elle est toujours spécifique du savoir). Une situation pédagogique non spécifique d'un savoir ne serait pas dite a-didactique mais seulement non didactique.

2 Cf. POLYA Georges, *Comment poser et résoudre un problème*, Dunod, 1965, 237 p., ré-édition J. GABAY, 1989.