

Suggestions

Présentation

Dans les conditions que je connais aujourd'hui assez mal, je crois que vous ne pouvez guère proposer que de modifier les instructions, et seulement de façon à ce que les réformes prescrites ne requièrent aucun engagement financier, ni dans l'équipement, ni dans le recrutement ou dans la formation du personnel, ni, encore moins, dans la recherche, qu'elle soit fondamentale, appliquée ou de développement.

Le personnel est harassé par des exigences contradictoires, violenté par une gestion « carotte-bâton » totalement inappropriée et harcelé par un public qui prend l'école comme tête de turc. Ce personnel ne vous offre que peu de ressources nouvelles. - déshabillés de leur mandat d'instituteurs, - dédiés en tant que professeurs à une discipline qui ignore ou même méprise la compétence spécifique nécessaire à leur travail, - sollicités d'acquérir des grades universitaires élevés mais que l'entrée dans la carrière d'enseignant dévalue soudain et qui fait sonner cette entrée comme un échec personnel, - envoyés, sans préparation véritable, effectuer sans soutien des missions contradictoires dans un milieu maintenu hostile, - harcelés au nom d'objectifs flous évalués sans précautions, interprétés sans connaissances spécifiques propres et exploités de façon déloyale... les enseignants ne peuvent offrir qu'une très petite part des ressources que nous voudrions obtenir d'eux.

Les recherches fondamentales sur les conditions de la diffusion de la culture et des savoirs mathématiques dans une société entière progressent lentement, mais ces progrès sont difficiles à diffuser. Les recherches expérimentales peuvent proposer déjà des alternatives éprouvées et démonstratives, mais, sans le support d'une institution scientifique respectée, toute démonstration publique provoque aussitôt la mise en œuvre de développements fantaisistes ou prématurés à cause de l'insuffisance d'information du public et surtout de la noosphère. La compréhension et l'utilisation des « résultats » de l'enseignement de cette discipline se heurtent à une conjonction très variée d'obstacles considérables¹.

¹ Elles sont confinées par divers phénomènes qu'il n'est pas dans vos intentions d'examiner ici aujourd'hui. Entre autres on peut observer deux erreurs de la noosphère mathématique, l'une consiste à sous évaluer la difficulté du projet et à confondre la légitimité que donne une grande culture mathématique avec la capacité effective d'y acculturer tout une société. L'autre est l'inverse, en cas d'échec de l'hypothèse d'innocence elle consiste à renvoyer l'étude des difficultés à des domaines scientifiques, sérieux, mais dédiés à d'autres fins, et d'attribuer des vertus magiques à leurs propositions les plus improbables.

La solution qui reste est celle de s'adresser aux citoyens, et de leur demander de participer, directement, à un effort à la fois utile et symbolique, pour soulager l'effort qui est demandé à leurs enfants et à leurs enseignants. Ce projet les placera cette fois du côté de leurs enfants et de leurs enseignants pour vaincre une difficulté d'enseignement objective dont l'effet sera directement mesurable. La difficulté qu'ils rencontreront à mettre en œuvre une amélioration mineure mais évidente et prouvée peut les rendre plus attentifs dans le choix des défis et des solutions proposées à l'enseignement.

Je crois qu'un projet modeste pourrait annoncer que les réformes de l'enseignement même les plus apparemment anodines ne s'improvisent pas, que leur préparation prend du temps et demande les efforts permanents de recherches vivantes, d'études, de débats, une préparation par la formation et par une mise en œuvre programmée, décidée mais attentive, souple et en sympathie avec la culture de la société qui doit elle aussi être éclairée.

Mes suggestions se répartissent en trois volets

1. Demander un effort aux citoyens : la réforme d'une pratique linguistique détestable. Il s'agit de remplacer soixante dix, quatre vingt, quatre vingt dix, par des dénominations régulières se terminant en « ante » : septante, octante, nonante (octante est irrégulier, nonante est tangent huitante, et neuvante seraient meilleurs mais s'aligner sur les voisins francophones serait plus sympathique). Les arguments (simplifier l'apprentissage et l'usage, pour les enfants et pour les étrangers) sont connus et les preuves aussi. Cette suggestion est appuyée actuellement par l'observation de l'apprentissage par les élèves, mais sa réussite dépend essentiellement de facteurs macro-didactiques et médiatiques peu explorés.

Je ne recommande pas d'étendre l'effort à la résorption des deux régularités des nombres entre onze et seize puis entre dix sept et vingt. Ni le remplacement de vingt par « duante ».

2. Officialiser un aménagement des pratiques du calcul numérique écrit, connu sous le nom de calcul ergonomique et déjà assez répandu, et un aménagement corrélatif de l'apprentissage des résultats des tables (et non des tables elles mêmes) et du calcul mental. Ce dernier doit être développé, étendu au calcul des encadrements et s'étendre à des calculs sur des mesures familières dans le système métrique et sur les ordres de grandeurs (adaptation aux usages actuels et futurs, palliation à la disparition de la topologie numérique qui résulte de l'utilisation des appareils à affichage électronique).
3. Informer le public sur la nécessité de projets et d'actions sur le long terme (actions précises, concertées, financées, et débattues comme on le fait pour l'aménagement du territoire).

- préparer les aménagements et les réformes à l'avance en s'appuyant dans la mesure du possible sur des travaux scientifiques et sur des stratégies de développement concertées. Et ici comme là, tenter de mettre un sérieux frein au culte officiel et immodéré de « l'innovation ».
- préparer le public à la lecture des rapports et des textes en matière scolaire : par exemple, les abus de l'interprétation et de l'utilisation des « évaluations » causent depuis vingt ans des dommages très importants.
- Inverser la tendance qui défère à l'Ecole et aux élèves des missions irréfléchies excessives et surtout contradictoires. Cette tendance fait de l'école une cible et un enjeu commercial et politique et finalement la dénonce comme une ennemie de la société.

Dans cet esprit, on pourrait envisager de mettre à l'étude, à la lumière des travaux de didactique, le nettoyage des pratiques anciennes ou récentes qui contrarient à la fois la pratique de l'arithmétique et l'introduction de l'algèbre qui pourrait être plus précoce. (Voir l'exemple les contradictions de l'usage de l'égalité au primaire et au secondaire)

Les recherches en Didactique des Mathématiques ont montré que l'on pouvait obtenir des résultats meilleurs et plus précoces. Mais l'usage de ces méthodes qui conjuguent des dispositions mathématiques, didactiques et pédagogiques complexes ne peut pas s'improviser ni, pour diverses raisons, se développer à partir de pratiques sommaires primitives présentées comme populaires et qui s'imposent aujourd'hui.

La durée des études des professeurs est assez longue pour qu'on y aménage la formation appropriée qui serait nécessaire. Le fait d'exiger, lors du recrutement des enseignants, d'avoir thésaurisé *tout au long des études universitaires*, des unités de valeurs spécifiques serait de nature à améliorer le professionnalisme des professeurs et la sensibilité des disciplines à ce sujet.

Précisions, commentaires et références sur les réformes

Sur l'aménagement de pratiques du calcul (point 2)

1. **Calcul écrit** : Officialiser l'adoption (déjà répandue) de **méthodes de calcul écrit dites « ergonomiques »**
 - pour la multiplication : remplacement de la méthode rapide, dite « de Fibonacci », par celle dite « per gélosia » (ou « à l'arabe » ou « à la grecque »
....
 - Pour la division, adoption en la perfectionnant, de la méthode anglaise et rejeter la méthode rapide.

- Pour l'addition et la soustraction (diverses expériences permettent d'examiner la question)

Note Pour ce qui concerne la multiplication, il est facile pour les élèves de pratiquer Fibonacci pour les opérations de taille moyenne après avoir appris avec per gélosia, qu'ils conservent pour les opérations de grande taille. Ce n'est pas le cas pour la division.

Références : a. Guy Brousseau : « Peut-on améliorer le calcul des produits de nombres naturels ? 1973 » *Actes du 3^e congrès des sciences de l'éducation « Apports des disciplines fondamentales aux sciences de l'éducation »* tome 1, épi 1973 pp 364-378. **Origine** : Enquête de 1969 sur 600 enfants.

b. Les résultats de plusieurs études de l'IREM de Bordeaux au cours des années 70-80 sont présentés en 2010 sur mon site : 4 diaporamas consacrés à ce sujet <http://guy-brousseau.com/1396/cours-gb-2010-diapo-9-la-complexite-des-activites-mathematiques/#more-1396>

Motif : Pouvoir effectuer facilement toutes les opérations « à la main » quand on en a besoin est indispensable. Payer par des années de travail l'apprentissage d'une dextérité dont l'inutilité est devenue évidente, est une exigence injustifiée et coûteuse. Est-elle perçue implicitement par la plupart des élèves comme une exigence obsolète ? (enquête ?)

2. Calcul mental

Organiser et renforcer l'enseignement du **calcul mental**. Il sert moins à fournir les éléments des opérations classiques rapides qu'à contrôler et encadrer même grossièrement, certains résultats donnés par les machines, et d'abord leur ordre de grandeur

a. « Apprentissage des tables »

Préconiser **l'apprentissage progressif et raisonné des résultats des tables** par la répétition des usages motivés, et ne pas faire apprendre et réciter « la table de Pythagore », dans l'ordre des lignes ou des colonnes. Les méthodes de calcul ergonomiques facilitent un mode d'apprentissage par l'usage du *contenu des tables* suivant un ordre de parenté arithmétique des produits élémentaires beaucoup plus souple et efficace². Commencer par les doubles, les multiples de 5, les carrés, les multiples de 3, le complément... 9x8, et les produits réfractaires 6x9 et 8x7 (en utilisant systématiquement la commutativité) Les élèves utilisent les produits

² Une partie de cette méthode est recommandée par Dehaene, après l'avoir été par Diderot et après avoir été pratiquée couramment dans les écoles publiques françaises au 20^{ième} siècle. La méthode « populaire » de récitation des tables ralentit en fait les calculs ordinaires.

connus pour établir les produits nouveaux, puis pour contrôler. Le stade de la réponse rapide (qui équivaut à la récitation) ne vient qu'après pour parachever les apprentissages résiduels. L'angoisse des élèves baisse fortement sans que l'efficacité s'en ressente.

b. Estimations, encadrements

- Étendre le calcul mental aux encadrements, aux estimations, aux calculs approchés. Il s'agit de préparer les élèves aux contrôles rapides des résultats fournis par ou avec l'aide de machines et de combattre l'effet des appareils de mesures numériques qui remplacent partout les appareils analogiques, sur la connaissance de la topologie des nombres
- Développer le calcul mental sur les puissances, les ordres de grandeurs et sur les mesures décimales
- Equilibrer entre le calcul sur les nombres seuls et sur des mesures dans des situations simples
- écrire après coup les décompositions et les calculs utilisées dans le calcul mental

c. Choix mentaux rapides,

- de l'opération seule (sans effectuer le calcul)
- de l'opération et de la réponse avec la calculatrice
- de l'opération et calcul sans calculatrice
- exercices d'énonciations du résultat (le professeur expose les données, écrit l'opération et son résultat les élèves disent ce qu'on a calculé.

3. Utilisation des calculs écrits

Utilisation des calculs et de leur formulation dans des situations courantes simples répertoriées. En attendant la refonte de l'enseignement de l'algèbre et son articulation avec l'arithmétique dans le primaire, ne pas négliger l'usage des unités de mesures.

4. Perspectives sur de réformes futures des pratiques

Le « nettoyage » de l'inévitable base arithmétique des connaissances des enfants serait très utile, mais il présente de grandes difficultés. L'introduction précoce mais inconsidérée de pratiques d'allure « algébriques », mais en fait fausses, irrégulières ou dénuées de sens dans le contexte, perturbe l'introduction de l'algèbre dans le secondaire et ses méfaits se prolongent jusqu'à l'université. La réforme doit être préparée pour faire reculer la conservation des vestiges sans autre intérêt que culturel ou affectif.

a L'usage du signe « = » au primaire est inutile. Il prend un sens faux, ni réflexif, ni symétrique, qui conduit plus tard à une interprétation unidirectionnelle des équations. Le secondaire ajoute à cet héritage ses propres confusions entre « = » et « ≡ », entre fonction et valeurs, entre énoncés et programmes de calcul..., etc.

b Rappeler que les calculs et les résultats des élèves doivent être introduit par un texte. Sous prétexte de rapidité, les professeurs acceptent ou ont dû accepter sa **disparition** : les phrases, les mots, et même les symboles d'unités physiques disparaissent souvent (ex. la présentation du résultat en langue ordinaire, sans parler des raisonnements arithmétiques ou algébriques eux mêmes), de sorte que les exercices deviennent inintelligibles pour l'élève lui-même. Ces confusions qui plaisent aux élèves moyens et faibles, augmentent en fait leurs difficultés.

C Les objectifs relatifs à l'usage de fractions sont différents entre les différents pays, selon qu'ils bénéficient du système métrique ou non. Les pays qui utilisent le système métrique n'ont pas les mêmes efforts à faire. En France, on pourrait se concentrer d'abord sur les usages des fractions simples courantes (en repoussant l'étude formelle des opérations sur les fractions) puis sur les fonctions comme scalaires (naturelles puis rationnelles) et n'entreprendre que plus tard l'étude des opérations (de l'anneau ou du corps des fractions) comme composées de fonctions naturelles par exemple). Il s'agirait d'éviter les finesses entassées par trois ou quatre mille ans d'usage qui pourraient être laissées aux historiens et aux archéologues.

d Le bannissement de « la règle de trois », et son remplacement par un raisonnement en deux étapes, jusqu'à l'introduction du calcul algébrique qui la rend inutile.

L'inversion de l'ordre des calculs (la multiplication avant la division) n'a pas besoin d'être taillée dans le marbre d'une « règle » il suffit soit de laisser le premier résultat non calculé (sous forme de division, de rapport, fraction ou fonction) puis d'effectuer la multiplication de ce résultat dans la deuxième étape...

e La réintroduction prudente d'éléments de métamathématique.

Les professeurs de mathématiques, orientés vers la production et la reproduction précise des énoncés de mathématiques ont eu tendance, après une saison d'intense intérêt, à négliger, voire à mépriser l'explicitation et l'apprentissage du métalangage (logique) nécessaire. En effet des recherches ont montré les dérives possibles liées au recours en chaîne à des explications d'explications ou à des illustrations de toutes sortes. Cependant les linguistes et les professeurs de français savent bien que sans l'étude de la grammaire, les vertus de la langue s'évaporent. Le nombre et la précision des termes et des expressions de toutes formes qui envahissent aujourd'hui l'univers des élèves par l'intermédiaire des médias et de la technologie devraient nous encourager à équilibrer un peu les différentes composantes de l'enseignement.

En fait ces aménagements et ce « nettoyage » des pratiques demanderaient une justification et un complément de formation pour les professeurs du primaire et du collège conjointement (IREM). Les didacticiens ont montré que l'initiation à l'algèbre, aux statistiques aux probabilités, à la logique etc. pouvait commencer

avec profit dès l'école primaire, mais sous des conditions encore irréalisables aujourd'hui.

Ces suggestions de réformes sont fondées sur des travaux solides les miens sont déjà anciens mais d'autres les prolongent malgré des conditions très difficiles. Ils sont peu ou mal connus en dehors de la sphère des spécialistes.

Je n'ai pas d'étude de développement à leur appui et je ne peux pas me charger d'en faire ni d'en diriger, ni même m'engager à en accompagner.

f. Il est indispensable de créer des organismes scolaires offrant des conditions strictement respectueuses **de l'éthique de l'éducation et de l'éthique scientifique, dans lesquels les chercheurs en didactique pourraient effectuer leurs observations et leurs recherches**

En même temps il faut protéger l'enseignement des initiatives et même des investigations incontrôlées et désordonnées des intrusions commerciales, des visites sans encadrement sérieux de la part d'étudiants en formation ou de curieux.

g. La formation universitaire des enseignants et de leur encadrement professionnels est un échec flagrant qui doit être médité au plus tôt

Elle prend la forme d'abord de la transmission d'un ensemble de « connaissances SUR ou A PROPOS de l'enseignement et ses composantes, qui, au lieu de simplement compléter les indispensables « connaissances DE l'enseignement » et en particulier de sa pratique, tendent à les remplacer. La formation des enseignants prend la forme d'un discours de différentes disciplines sur les difficultés de l'enseignement. Ce discours est complété par la communication d'un ensemble raffiné de prescriptions techniques microcholines, générées par le management sur la base d'inférences infondées à partir des évaluations

Ces deux faits relèvent d'un phénomène que nous avons étudié sous le nom de « glissement méta » à l'occasion de la réforme des mathématiques modernes.

Résultat : la préparation de quinze minutes d'activités à l'école maternelle se présente sous forme d'un discours académique de 10 pages qui prévoit des évaluations de toutes sortes sur une activité dont on ne connaît même pas les consignes précises ni les « issues » possibles. Rien de ce qui se fera d'utile aux élèves n'est reçu comme une information honorable.

Les jeunes professeurs attaquent leurs difficultés avec la longue fourchette d'un savoir savant inapproprié. Et n'ont rien reçu pour se défendre par leur travail.

Cette dérive est très grave car elle détruit la communication aux enseignants des renseignements basiques qui leur sont nécessaires. Elle est très dangereuse car elle fait obstacles aux interactions directes indispensables. Elle est réursive car on tend à

la corriger par un nouveau glissement méta aussi impuissant que le précédent Elle tend donc à être incoercible. Ainsi, elle est elle échappe totalement à l'entendement de l'institution qui devrait la combattre. L'absence d'une science mature et reconnue de la diffusion des connaissances amplifie le phénomène.

L'information du public sur les réformes en cours et en projet

1. Donner l'exemple **des usages légitimes et illégitimes des évaluations scolaires de masse** et appeler à en faire un usage plus modéré.

Ce ne sont pas les évaluations qui sont en cause, mais leur interprétation par le public et les décisions qui sont prises inconsidérément à leur lecture :

- a. les interprétations, les conclusions et les conseils qui en sont tirés, en l'absence de connaissances scientifiques suffisantes sur le système lui-même
- b. les décisions absurdes et dangereuses, privées ou publiques, individuelles ou collectives, qui sont toujours supposées capables de corriger l'enseignement malgré leurs échecs réitérés

La croyance primitive en l'efficacité universelle du modèle « essai-erreur-sanction » devrait être dénoncée et encadrée. Ce modèle n'est pas légitime lorsqu'il s'applique à un système dont on veut ignorer comment, quand il est stressé, il pourrait résoudre le problème qu'on lui pose. Martelée dans le domaine économique où elle est loin d'avoir les effets escomptés, cette doctrine primitive est indûment étendue à toutes les activités humaines. Or en matière d'enseignement, elle a depuis 35 ans conduit à prendre des décisions mal inspirées, dont les résultats se sont révélés d'abord inopérants, ensuite désastreux. Ils sont peut être irréversibles.

2. Informer que l'on souhaite parvenir à ce **que les réformes de l'école puissent se traiter comme on traite les chantiers publics** : Avertir, projeter, étudier, discuter, préparer, financer, mettre en œuvre par étapes, contrôler etc. Et qu'avec cela, les connaissances du public et même celles des spécialistes doivent progresser pour éviter de se jeter dans l'urgence dans toutes les improvisations³. Il faut mettre en doute certaines « évidences », retenir les improvisations et surtout ne pas instrumenter l'école.

³ Il faudrait que l'école cesse d'être considérée comme seulement un moyen pour d'autres fins que l'éducation, un alibi pour toutes sortes de vaines batailles, un gisement de ressources pour toutes sortes d'entreprises (par exemple pour justifier des postes pour des universitaires de toutes disciplines, et ensuite pour recueillir les étudiants écartés de la formation aux autres professions)...