UNIVERSITE DE BORDEAUX 1 I.R.E.M. DE BORDEAUX

Nadine ***BROUSSEAU***

LA MESURE

EN COURS MOYEN 1ère ANNEE

***

COMPTE RENDU D'ACTIVITES

Document pour les enseignants

et pour les formateurs

1987

Tirage 1992 ***Edition augmentée***

S O M M A I R E

-oOo-

.../...

-oOo-

PRESENTATION

-oOo-

Ce travail sur la mesure est un compte-rendu fidèle de ce qui s'est passé dans deux classes de Cours Moyen 1ère année de l'école Jules Michelet de Talence en mars-avril 1987.

L'école Jules Michelet est une école à statut spécial destinée à permettre des observations sur l'enseignement des mathématiques qui y est donné. Ces observations sont préparées et réalisées dans le cadre du COREM(*) (Centre pour l'Observation et la Recherche en Enseignement des Mathématiques).

Grâce à ce dispositif, les enseignants et les mathématiciens-didacticiens peuvent collaborer à une meilleure connaissance des conditions nécessaires à la diffusion des mathématiques auprès des enseignants et des élèves.

Les choix didactiques pour l'introduction et le déroulement de ces activités ont été faits :

- par les maîtres, aidés souvent par Mireille LAMANT, professeur à l'Ecole Normale de la Gironde, en fonction de leurs compétences et du temps dont ils disposent.

- la plupart du temps avec l'aide de Guy BROUSSEAU, Responsable du COREM, Maître de Conférences à l'Université de BORDEAUX-I.

Certains de ces choix, faits par les maîtres (en particulier dans la progression) paraîtront artificiels et arbitraires. Ils l'ont été souvent, en effet, car inventer des situations, prendre des décisions rapides et pertinentes, exploiter les découvertes et les remarques des enfants sans perdre de vue les objectifs visés, n'est pas une tâche facile

---

(*) Cet organisme permet la coordination des actions de l'Université de BORDEAUX-I (l'IREM, le Centre de Recherches Mathématiques, l'UFR de mathématiques, l'IFE) pour les recherches en didactique des mathématiques et pour la formation des chercheurs dans ce domaine (3ème cycle et formation doctorale de didactique des mathématiques) et c'est grâce aux interventions de Guy BROUSSEAU que certaines situations ont pu être débloquées. Il nous a aidé, en particulier, pour "redémarrer" après les deux premières activités sur les mesures de longueur. Il nous a donné l'idée des séances sur les sommes de poids et de longueurs et surtout sur l'introduction des meusres décimales. Enfin, c'est lui qui a conçu, rédigé et observé les leçons sur le "poids du récipient vide". Mireille LAMANT a collaboré à la rédaction des cinq premières activités. Elle est venue observer les enfants chaque fois que son emploi du temps le lui a permis. Ses remarques toujours pertinentes, ses critiques, ses suggestions et surtout ses encouragements nous ont été très précieux.

Nous souhaitons que ce document puisse servir de base à une réflexion plus approfondie et à un travail sur la mesure plus complet et mieux construit.

Nous remercions Françoise DEL MORAL qui a assuré avec compétence la dactylographie de cet ouvrage ainsi que Maryvonne BOISNARD, Joëlle COURBIN et Pierre NOBY pour les travaux d'imprimerie.

Courte réflexion didactique sur ce travail

Nous sommes bien conscients que ce travail n'est pas complet. Il manque, entre autres, des activités sur les mesures de capacités, de surfaces... qui auraient pu être abordées à ce niveau (et qui ont été faites en Cours Moyen 2ème année).

Mais nous avons fait ce choix délibérément. En effet, la préparation des leçons et du matériel, la gestion du travail de groupes dans la classe, l'exploitation de toutes les productions des élèves sont trois composantes très lourdes et il nous a paru difficile de complexifier encore la tâche de l'enseignant en y ajoutant des manipulations sur ces mesures.

Suite à ces activités, (qui ne couvrent pas la totalité des études possibles sur la mesure) il nous paraît important de prendre quelque distance afin de faire le point.

Est-il nécessaire d'entreprendre un travail aussi long, aussi coûteux en efforts pour les maîtres et pour les élèves ? Pourquoi cette entreprise alors que dans la majorité des manuels pour le CM_1, on se borne à quelques exercices de transformations ?

Pourquoi toutes ces activités de mesurage effectif ? Il est souvent recommandé aux maîtres de faire des activités concrètes pour une meilleure compréhension des enfants. Or, contrairement à beaucoup d'idées reçues, le "concret" n'est pas une tâche facile, ni pour le maître, ni pour l'élève. Il est plus difficile, plus coûteux en temps, en efforts et il ne donne pas forcément plus de compréhension dans l'immédiat.

En effet, toutes ces activités de mesurages effectifs ne simplifient pas sur le moment la résolution des problèmes mathématiques et n'en permettent pas une meilleure compréhension : par exemple, nous avons essayé de montrer, au cours de quelques-unes de ces activités, à quel point les questions de "fidélité", de "précision" des balances font obstacle à la reconnaissance du problème abstrait (cf. activité 15, page 62 "le poids du récipient vide"). Leur caractère effectif et concret suffit parfois à empêcher les élèves de se servir de calculs et de raisonnements acquis en classe et bien maîtrisés pour résoudre des problèmes classiques : ainsi, ils n'ont pas reconnu un problème de division dans

.../...

l'activité 6 alors qu'ils avaient acquis déjà, dans l'ensemble, une grande maîtrise de la reconnaissance des situations de division.

On peut donc se demander si les résultats obtenus payent de tels efforts et si les différences de résultats entre de tels apprentissages et les apprentissages classiques sont significatives.

Sans aucun doute, nous pouvons dire, qu'effectivement, la différence est sensible et que ce travail a été tout-à-fait profitable pour les enfants.

D'abord la notion d'"unité" : les enfants ont compris comment on choisit les unités et comment elles fonctionnent. Une unité n'étant pas obligatoirement celle que l'on étudie dans le système légal. Nous avons constaté une plus grande familiarité (mais surtout une compréhension plus sûre) avec l'idée que l'on peut changer d'unité pour mesurer une même grandeur, ce qui facilite beaucoup la maîtrise des calculs et leur donne du sens.

Pour des élèves qui n'ont pas cette représentation mentale, ces exercices de transformations, même bien maîtrisés, ne sont presque toujours que des algorithmes dénués de toute signification.

Autre constatation : les enfants sont sensibilisés avec les notions d'approximation, avec les différents types d'erreurs (erreurs dues au manque de fidélité, à l'imprécision, à la sensibilité des balances) qui sont quelques composantes importantes des études sur la mesure.

D'autre part, les connaissances mathématiques relatives à la structure numérique sont beaucoup mieux maîtrisées (écriture des nombres, numération décimale, problèmes liés à l'unité, aux changements d'unités...)

Enfin, nous n'avons jamais constaté, au cours de ces activités, aucune marque de lassitude ou d'ennui des élèves mais au contraire une curiosité, un plaisir de découvrir, d'avancer dans la connaissance... qui nous ont bien payés de tous nos efforts !

LA MESURE : 1ère ACTIVITE

MESURES DE LONGUEURS : JEU DE COMMUNICATION

* * *

Cette activité s'est déroulée dans deux classes parallèles de cours moyen 1ère année : $CM\,1_A$ et $CM\,1_B$.

I. MATERIEL:

* des bandes de 1,5 cm environ de largeur découpées dans du papier Canson de couleurs différentes :

. 2 bandes vertes de 64 cm de longueur
. 2 autres bandes vertes de 57 cm de longueur
. 2 bandes jaunes de 42 cm de longueur
. 2 autres bandes jaunes de 40 cm de longueur
. 2 bandes bleues de 32 cm de longueur
. 2 autres bandes bleues de 51 cm de longueur.

* des bandes vertes, jaunes, bleues de 1,5 cm de largeur découpées dans le même papier que les précédentes d'environ 70 cm de longueur, en assez grand nombre.

* des bandes "étalon" de 5 mm de largeur découpées dans du papier Canson gris (ou marron), toutes identiques, désignées par la lettre "u", de 12 cm de longueur. Il faut prévoir un grand nombre de ces bandes.

* des feuilles blanches pour écrire les messages.

II. ORGANISATION DE LA CLASSE :

La classe est divisée en équipes de 4 enfants chacune. Chaque équipe comprend 2 émetteurs et 2 récepteurs qui sont séparés (mais travaillent ensemble).

1/ Consigne :

"Je vais donner une bande de couleur aux émetteurs. Certains en auront une verte, d'autres une jaune, d'autres encore une bleue. Ils devront

.../...

écrire un message dans lequel ils désigneront la mesure de la longueur de cette bande en utilisant cet "étalon" (l'enseignant montre la bande unité grise ou marron). Tous ces étalons ont la même longueur. (L'enseignant le montre par superposition). Les messages seront envoyés aux récepteurs qui devront réaliser une bande de même longueur que celle des émetteurs."

2/ Distribution du matériel :

L'enseignant distribue à chaque groupe d'émetteurs une bande de couleur (soit verte, soit jaune, soit bleue) et deux bandes "étalon".

III. DEROULEMENT :

1/ Première phase :

Les groupes d'émetteurs commencent l'activité. En attendant les messages, les récepteurs font individuellement un exercice de mathématique (opérations par exemple) préparé à l'avance par l'enseignant.

a) Comportements observés au cours de cette phase

Avant de commencer, les enfants demandent à l'enseignant s'il acceptera une petite différence de longueur (ceci s'explique car il y avait eu, 3 mois auparavant, dans la classe, une activité de mesurage de segments au cours de laquelle l'enseignant avait exigé beaucoup de précision dans les mesures et les enfants s'en sont souvenu). Dès le début du travail, ils essaient de traduire les longueurs des bandes (celles de couleur dont ils ont à donner la mesure avec les étalons) avec les unités qu'ils connaissent par l'usage du double décimètre : centimètres et millimètres.

L'enseignant explique :

. qu'il acceptera une différence de longueur matérialisée par une petite bande découpée de moins de 5 mm de longueur (3 ou 4 mm)
. et qu'ils ne doivent pas utiliser les doubles décimètres mais qu'ils doivent se servir uniquement du matériel distribué.
. donc qu'aucun message ne peut s'exprimer en centimètres ou en millimètres.

Malgré cela, dans beaucoup de groupes, les enfants essaient d'apprécier les longueurs en centimètres et millimètres. Certains même dessinent des graduations approximatives sur les bandes "étalon".

.../...

Dans la classe A, les enfants ont beaucoup de difficultés : certains reportent l'étalon sur leur bande, mais lorsqu'il reste "un petit bout" à mesurer, ils n'ont pas l'idée de plier l'étalon et quelquefois, ils mesurent la partie restante avec la largeur de l'étalon.

Cette première phase n'aboutit pas à la réalisation des messages attendus et à la fabrication, par les récepteurs, de bandes de même longueur. Par contre, dans la classe B, certains groupes ont l'idée de plier l'étalon en 2 ou 4.

b) Concertation entre émetteurs et récepteurs :

Avant d'aborder la deuxième phase (échange des émetteurs et des récepteurs) et à la suite de cet échec, l'enseignant de la classe A propose aux émetteurs et aux récepteurs de se concerter pour essayer de trouver une stratégie.

C'est alors que les enfants demandent s'ils ont le droit de plier les étalons et de tracer dessus des repères.

L'enseignant répond qu'ils ont le droit de faire tout ce qu'ils veulent avec les étalons et qu'ils pourront en avoir autant qu'ils en voudront.

2/ <u>Deuxième phase</u> :

Emetteurs et récepteurs se séparent après échange des rôles.

L'enseignant distribue aux nouveaux émetteurs les autres bandes vertes, les jaunes, les bleues. Les émetteurs rédigent les messages (ils reportent les étalons, tracent des repères). Les messages terminés sont transmis aux récepteurs.

Les récepteurs réalisent les bandes correspondantes. Les groupes se réunissent alors pour vérifier (par superposition) si la bande réalisée a la même longueur que celle des émetteurs.

<u>Remarque</u> : Il n'y a pas échange d'étalons. Seuls les messages sont transmis.

3/ <u>Exemples de messages obtenus au cours de l'activité</u> :

Classe A, 1ère phase :

"2 petites baguettes marron, une petite baguette et pas tout-à-fait une entière, il faut éliminer 3 ou 4 cm"

"il faut mettre 2 baguettes et une où il manque un peu de la fin"

.../...

Classe B

"2 u plus 3 quarts, on fait un quart en pliant en quatre"
"3 fois u, moitié, moitié de la moitié, la moitié de la moitié de la moitié"

Classe A, 2ème phase après concertation :

"Il faut mettre 3 u à la suite et la moitié exactement d'un u (bord à bord)
"il faut mettre 5 baguettes et plier la petite baguette qui s'appelle u en 3 parties égales"

Remarque : Bien entendu, cette liste de messages n'est pas exhaustive. Nous n'en avons choisi que quelques-uns à titre d'exemples. Il est probable que les messages obtenus dans une autre classe seraient encore différents.

Equipe E groupe E2.

3 baguettes entieres + la moitier d'une baguette.

Equipe C : groupe C2

Il faut mètre 5 baguettes et plier la petite baguette qui s'appelle ~~un~~ en trois parties égale

---

Equipe B Groupe B2

Nous baguettes marron 5 barres marrons, puis ~~4~~ largeurs d'une baguette marron et une ~~...~~ moitier de la largeur

Equipe B groupe B_1

La longueur de notre bande jaune fait 4 bande marons - 1 largeur ~~de~~ ~~notr~~ d'une bande maron

---

Equipe C groupe C_1

---

il faut d2 baguette et une ~~ou~~ ou

il manque un peu de la fin

Equipe A : groupe A_2

il faut 3 ~~[illegible]~~ u à la suite et la moitié

exactement d'un u (bord à bord)

LA MESURE : 2ème ACTIVITE

* * *

I. MATERIEL :

. Même matériel que dans la première activité (bandes de couleur et étalons)
. Messages des élèves.

II. DEROULEMENT :

L'étude des messages se fait sous la forme d'une discussion collective.

L'enseignant demande aux enfants : "quels sont les groupes qui ont échoué ?", et il propose alors de commencer à examiner les cas où il y a eu difficulté.

1/ Les enfants qui n'ont pas réussi, viennent lire leurs messages que l'enseignant écrit sur le tableau.

Ces messages sont discutés par l'ensemble des enfants :
Deux cas se présentent :

. soit le message est correct et ce sont les récepteurs qui l'ont mal compris et ont mal réalisé la baguette : dans ce cas les émetteurs justifient leur message en exécutant la manipulation (à l'aide des baguettes) devant les enfants.

. soit le message n'est pas correct et l'enseignant essaie de faire préciser aux enfants pourquoi.

Les erreurs sont mises en évidence :

. la largeur de l'étalon a été utilisée comme unité
. les mesures ne sont pas assez précises à cause des pliages mal faits.

2/ Résultats :

A la fin de cette séquence, l'enseignant introduit le mot "unité" pour désigner la baguette étalon, et les enfants, après discussion, sont d'accord pour énoncer les deux idées suivantes :

. pour désigner la mesure des baguettes et pour les construire il faut une unité que l'on reporte

.../...

. Il faut des unités de plus en plus petites pour mesurer avec le plus de précision possible. Ces unités sont obtenues par pliage de la baguette étalon.

Remarque : Après cette deuxième activité, nous avons pris la décision de continuer le travail sur la mesure en utilisant un matériel complètement différent : matériel de pesée avec la balance Roberval. Cette décision peut paraître surprenante alors qu'on n'a pas exploité toutes les possibilités que permet le travail sur les longueurs. Si ce choix a été fait, c'est pour les raisons suivantes :

. d'abord, les enfants qui utilisent le double décimètre depuis le cours préparatoire, ne comprennent pas l'utilité d'une activité de mesure de longueurs sans cet instrument. Ils ont eu beaucoup de réticences à se servir de l'étalon fourni, et non gradué, dans le système habituel.

. ensuite, ces enfants ne se posent pas la question de la signification d'une mesure et n'admettent donc pas que l'on puisse utiliser un objet quelconque (le pouce, le pied, la baguette, une ficelle...) pour mesurer une longueur.

Pour contourner ces difficultés, nous avons choisi une activité sur la mesure des masses qui permet :

. d'introduire la balance Roberval qui n'est pas un instrument familier pour les enfants (ils connaissent essentiellement les balances automatiques)

. d'utiliser cette balance sans les masses marquées mais avec les unités choisies par l'enseignant : différentes sortes de clous et plaquettes.

LA MESURE : 3ème ACTIVITE

MESURE DE MASSES : JEU DE COMMUNICATION

* * *

I. MATERIEL :

- 1 balance Roberval
- 1 bas de sable fin
- 4 ou 5 objets à peser (suivant le nombre d'enfants dans la classe) : par exemple un petit dictionnaire des débutants, un livre d'histoire, un plumier et une trousse d'élève
- 4 catégories de clous achetés dans le commerce qui tiennent lieu de poids :

1ère catégorie : "des gros clous" : ce sont des pointes de charpentier à tête plate de 140 mm de longueur. Une de ces pointes pèse environ 30,730 grammes et on en compte environ 33 dans 1 kg.

2ème catégorie : "des clous moyens" ce sont des grosses pointes à tête plate de 100 mm de longueur. L'une de ces pointes pèse environ 12,45 grammes et on en compte entre 80 et 81 dans 1 kg.

3ème catégorie : "des petits clous" : ce sont des pointes à tête plate de 70 mm de longueur. Chaque pointe pèse environ 4,18 g et on en compte entre 239 et 240 dans 1 kg.

4ème catégorie : des "minis clous" : ce sont des pointes à tête plate de 20 mm de longueur. On en compte environ 417 dans 100 grammes.

(La dénomination de ces pointes : "gros clous", "clous moyens", "petits clous", "minis clous" a été décidée par les enfants, voir paragraphe III, 3 b, jeu de communication).

- des plaquettes de métal (matériel OCDL) dont la référence est la suivante : "plaques de métal vendues par OCDL avec le levier arithmétique ESA 6 R2F. 2 82 10"

Une de ces plaques pèse environ 20 grammes.

- des feuilles blanches pour l'écriture des messages.

.../...

Remarques : 1) Aucune catégorie de clous n'a une masse multiple de celle d'une autre catégorie.

2) Il est possible évidemment d'utiliser des pointes différentes de celles qui sont décrites ci-dessus.

II. ORGANISATION DE LA CLASSE :

La classe est divisée en équipes de 4 enfants chacune. Chaque équipe comprend 2 émetteurs et 2 récepteurs qui travaillent ensemble mais séparément.

III. DEROULEMENT DE L'ACTIVITE :

1/ Préliminaire de l'activité : observation collective d'une balance Roberval et comparaison de masse d'objets sans utilisation de poids marqués.

Question posée : "Comment la balance permet-elle de voir quand un objet est plus lourd que l'autre ? ou quand 2 objets ont le même poids ?"

Les enfants remarquent :

- que lorsqu'un objet est le plus lourd, le plateau qui le contient descend et l'aiguille se déplace du côté de cet objet.
- que si on enlève les deux objets, les plateaux se mettent au même niveau. On dit alors que la balance est en équilibre.
- que lorsqu'on met deux objets de même masse (par exemple deux mêmes livres) dans chaque plateau, les deux plateaux restent toujours au même niveau.

2/ Consigne : "Je donne un objet à chaque groupe d'émetteurs qui va devoir le peser à l'aide de ces clous et de ces plaquettes (l'enseignant montre le matériel lentement à toute la classe). Le résultat de cette pesée sera inscrit sur un message qui sera envoyé aux récepteurs.

A l'aide de ce message, les récepteurs devront peser une certaine quantité de sable. Pourra-t-on vérifier alors que le sable et l'objet ont le même poids ?

Les enfants disent qu'il suffira de placer l'objet et le sable sur chaque plateau de la même balance.

.../...

<u>Remarque</u> : Les émetteurs et les récepteurs devront obligatoirement utiliser la <u>même</u> balance.

3/ <u>Jeu de communication</u> : 1ère phase.

Les groupes d'émetteurs commencent l'activité : ils pèsent l'objet qui leur a été attribué à l'aide des clous et des plaquettes.

En attendant les messages, les récepteurs font un exercice de mathématique préparé à l'avance par l'enseignant.

<u>COMPORTEMENTS OBSERVES</u>

a) Dans certains groupes, les enfants ont utilisé d'abord les clous les plus gros et ont amélioré l'approche en employant des clous de plus en plus petits. Dans d'autres groupes, les enfants ont utilisé les clous au hasard.

Enfin, dans un groupe, les enfants, après échec avec les gros clous, (ils ne sont pa parvenus à un équilibre de la balance) n'ont utilisé que les clous les plus petits (il leur en a fallu plus de 200 !)

b) Rédaction des messages :
Au moment de la rédaction des messages, le problème de désignation des différents clous s'est posé. A la suite d'un débat collectif, (émetteurs et récepteurs) les enfants ont choisi la désignation suivante :

- les gros clous
- les clous moyens
- les petits clous
- les minis clous
- les plaquettes

(cette désignation est restée inscrite sur un tableau). Ils rédigent alors leur message en comptant les clous de chaque sorte qu'ils ont utilisés. Ces clous sont mis de côté pour une vérification ultérieure éventuelle.

c) Les messages sont transmis aux récepteurs par l'enseignant avec les balances et toutes les catégories de clous.

Les récepteurs n'ont eu aucune difficulté à déchiffrer les messages et à réaliser le poids de sable correspondant.

d) <u>Vérification</u>.
Emetteurs et récepteurs se regroupent autour de la balance et vérifient

.../...

que le poids du sable est égal au poids de l'objet pesé par les émetteurs. Pour cela, ils placent l'objet sur l'un des plateaux et le sable sur l'autre et regardent si la balance est en équilibre.

2ème phase :

Les récepteurs deviennent émetteurs et réciproquement. Les objets à peser sont les mêmes mais pas distribués dans les mêmes groupes. L'activité se déroule comme dans la première phase.

e) Exemples de messages obtenus au cours de l'activité

"La trousse pèse 3 plaquettes + 56 clous"

"Notre livre d'histoire pèse 12 gros clous, plus 2 clous moyens, plus 9 petits clous, plus 4 plaquettes".

"La trousse pèse 32 plaquettes + 56 petits clous"

"Le plumier pèse 2 petites pointes, 3 moyennes pointes, 1 gros clou et 6 plaquettes".

"Le poids du plumier fait : 8 plaquettes, 1 gros clou, 4 petits clous"

"Pour peser le Larousse, il faut 7 gros clous, 7 clous moyens, 34 petits clous et 296 minis clous pour équilibrer la balance".

f) Remarques :

1) Lors de la présentation du matériel par l'enseignant, beaucoup d'enfants ont été très perplexes en voyant les gros clous que l'enseignant a montrés d'abord. L'un d'entre eux s'est écrié : "mais comment on va faire, on ne peut pas plier un clou comme les bandes !"

L'enseignant a alors montré les autres clous et les enfants ont compris que l'utilisation de ces autres clous correspondait au pliage de l'unité de longueur afin d'obtenir des unités de plus en plus petites.

2) Dans l'ensemble, les messages ont été bien élaborés par les émetteurs, bien interprétés par les récepteurs, et l'activité réussie. Cependant, un groupe a échoué, celui qui a rédigé le dernier message cité : le tas de sable réalisé par les récepteurs n'équilibrait pas l'objet pesé par les émetteurs. Ce problème a été posé à toute la classe car l'échec paraissait aberrant aux enfants qui avaient réussi sans difficultés. Comment savoir d'où venait l'erreur ? Les enfants ont proposé de recompter les clous des émetteurs et des récepteurs : ils ont constaté alors que le nombre de

.../...

clous "296", indiqué dans le message ne correspondait pas au nombre de clous utilisés pour effectuer la pesée. Il y avait une erreur de comptage.

Cette erreur a permis de faire prendre conscience aux enfants qu'il est plus pratique d'utiliser le plus grand nombre possible de gros clous, puis le plus grand nombre possible de clous moyens et ainsi de suite, les minis clous ne servant qu'à affiner la pesée.

IV. QU'EST-CE QUE CETTE ACTIVITE A APPORTE AUX ENFANTS ?

1) D'abord, ils ont appris à peser avec la balance Roberval.

2) Ils ont pris conscience qu'il était préférable d'utiliser les unités dans un certain ordre : de la plus grande à la plus petite et qu'on n'utilise la suivante que lorsqu'on a épuisé les possibilités de celle qui précède.

3) Les enfants ont demandé l'arbitrage de l'enseignant à propos de la précision des pesées ; ils n'étaient pas absolument satisfaits de l'équilibre obtenu et manifestaient le désir d'avoir des unités plus petites. Il a donc fallu leur faire admettre "l'approximation" de la pesée à un mini clou près.

V. REMARQUE

1) La phase d'observation de la balance Roberval (décrite au paragraphe III 1) pourrait faire l'objet d'une activité d'éveil.

2) Le matériel utilisé au cours de cette activité a permis aux enfants de mieux comprendre ce qu'est une activité de mesure : utilisation rationnelle des différentes unités disponibles pour comparer la masse de l'objet et celle obtenue avec les clous.

VI. REMARQUE GENERALE SUR "MASSE" et "POIDS"

Lorsque nous nous adressons aux enfants, nous utilisons le mot "poids". Les puristes risquent de nous le reprocher. Nous l'avons fait sciemment car c'est le mot qui est utilisé dans la vie courante et c'est celui qui est familier aux enfants. D'ailleurs, dans les activités qui nous intéressent, les deux concepts coïncident : il n'est pas raisonnable d'utiliser avec les enfants des distinctions qui ne correspondent à rien d'observable pour eux.

LA MESURE : 4ème ACTIVITE

ETUDE DES MESSAGES, TRAVAIL SUR LES ECRITURES

* * *

I. MATERIEL :

- une balance Roberval
- les différentes boîtes de clous de l'activité précédente.

II. DEROULEMENT :

1) Rappel de l'activité précédente par les enfants

Au cours de ce rappel, l'enseignant fait préciser par les enfants que, pour peser les objets, ils ont utilisé des unités de plus en plus petites afin d'arriver à la plus grande précision.

. Qu'ils ont utilisé le plus grand nombre possible d'unités les plus grandes avant de prendre le plus grand nombre possible d'unités immédiatement plus petites et ainsi de suite jusqu'à l'utilisation de "minis clous".

Les enfants ont remarqué ainsi que les gros clous correspondaient à l'étalon "u" des mesures de longueurs et que les autres clous avaient le même rôle que les parties obtenues par pliage de l'étalon.

2) Travail sur les écritures

L'enseignant marque au tableau les messages élaborés au cours de l'activité précédente par les enfants, pour chacun des objets pesés.

Comme chaque objet a été pesé 2 fois par des groupes différents, il y a donc 2 écritures différentes pour désigner la masse du même objet.

Trousse

1er essage : 8 plaquettes, 4 gros clous, 1 moyen, 1 petit, 6 minis.
2ème message : 0 plaquette, 5 gros clous, 8 moyens, 11 petits, 2 minis, message exact.

Après l'écriture sur le tableau de ces deux messages, les enfants remarquent que les deux écritures qui désignent la masse d'un même objet sont différentes.

.../...

L'enseignant rappelle que la vérification ayant été faite par les groupes d'émetteurs et de récepteurs, et approuvée par lui-même, les masses indiquées par ces écritures sont correctes.

Les enfants disent que ces masses doivent être égales puisqu'elles ont été vérifiées.

"Que remarquez-vous ?" demande alors l'enseignant aux enfants qui répondent aussitôt : "les pesées n'ont pas été faites de la même manière, les groupes n'ont pas pesé avec les mêmes clous, c'est pour cela que les écritures sont différentes !".

Certains alors disent que "ça devrait être pareil parce que s'il y a 8 plaquettes dans le premier message, et aucune dans l'autre, c'est qu'elles sont compensées par 5 gros clous dans le deuxième message au lieu de quatre dans le premier, par 8 moyens dans le deuxième au lieu de 1 dans le premier et par 11 petits dans le deuxième au lieu de 1 dans le premier, ce qui fait une différence de 1 gros clou, de 7 moyens et de 10 petits !"

L'enseignant fait conclure que <u>ces deux écritures désignent la même masse et qu'il va falloir le prouver</u>.

Il propose d'écrire les autres messages sur le tableau :

<u>Dictionnaire</u>

<u>1er message</u> : 10 plaquettes, 6 gros clous, 6 moyens, 15 Petits, 6 minis
<u>2ème message</u> : 0 plaquette, 7 gros clous, 7 moyens, 34 petits, 296 minis

<u>Livre d'histoire</u>

<u>1er message</u> : 6 plaquettes, 6 gros clous, 5 moyens, 27 petits
<u>2ème message</u> : 9 plaquettes, 5 gros clous, 8 moyens, 10 petits, 18 minis.

<u>Plumier</u>

<u>1er message</u> : 6 plaquettes, 1 gros clou, 3 moyens, 2 petits
<u>2ème message</u> : 5 Plaquettes, 3 gros clous, 2 petits.

Les enfants remarquent que "c'est comme pour la trousse : les groupes n'ont pas pesé de la même manière et pourtant les 2 écritures désignent chaque fois la même masse..."

.../...

3) Problème

a) Consigne : "Comment pourrions-nous prouver que pour chaque objet, ces écritures désignent le même poids ? Essayez de trouver un moyen de prouver cela"

Les enfants réfléchissent un moment puis font des propositions: beaucoup sont confuses, n'aboutissent à rien, d'autres sont ébauchées mais très vite rjetées parce que reconnues inefficaces par les enfants. L'enseignant prend en compte toutes les suggestions, les fait formuler pour qu'elles soient comprises et discutées par tous, mais ne prend pas position.

Certains proposent de "remplacer" des clous d'une catégorie par un poids égal de clous plus petits.

Des essais sont faits aussitôt : des enfants viennent à tour de rôle faire des pesées à l'aide de la balance Roberval pour équilibrer un clou d'une catégorie avec plusieurs d'une autre catégorie inférieure. Comme beaucoup de cas se présentent, ils proposent de se partager le travail.

Des groupes se forment : les uns choisissent un gros clou, les autres un moyen, d'autres une plaquette. Chacun des groupes essaie de trouver combien il faudrait de clous d'une catégorie inférieure pour équilibrer celui qu'ils ont choisi. Tous les essais sont vains (il faut rappeler qu'aucune catégorie de clous n'a une masse multiple de celle d'une autre catégorie...).

A la fin de cette activité, certains disent que pour comparer les poids, ce serait plus facile s'ils avaient tous la même unité.

Remarque :

Aucun groupe n'a eu l'idée de remplacer chaque clou d'une catégorie par un poids équivalent de minis clous et cela s'explique puisque dans l'activité précédente, à la suite de l'échec d'un groupe, les enfants avaient remarqué et dit qu'il vallait mieux utiliser les clous les plus gros possibles pour éviter les erreurs de comptage comme cela avait été le cas dans la pesée du dictionnaire (296 minis clous).

L'activité s'arrête sur un problème encore ouvert : quelle stratégie permettra de montrer que 2 écritures différentes désignent le même poids ?

L'enseignant suggère aux enfants d'y réfléchir afin de trouver une solution rapide pour l'activité du lendemain.

.../...

LA MESURE : 5ème ACTIVITE

COMPARAISON DES ECRITURES

* * *

I. MATERIEL

- les balances "Roberval"
- les différentes sortes de clous et les plaquettes

II. RAPPEL DE L'ACTIVITE PRECEDENTE ET DU PROBLEME POSE

1) Consigne : "Avez-vous réfléchi au moyen de montrer que deux écritures différentes désignent le même poids, celui de la trousse par exemple ?"
et l'enseignant réécrit sur le tableau les 2 messages de la veille relatifs à la trousse :

Message 1 : 8 plaquettes, 4 gros clous, 1 moyen, 1 petit, 6 minis
Message 2 : 0 plaquette, 5 gros clous, 8 moyens, 11 petits, 2 minis.

2) Déroulement :

La discussion commencée la veille reprend. Les enfants refont les mêmes propositions : remplacer 1 gros clou par un poids équivalent de clous moyens ou par un poids équivalent de plaquettes.

Ils ont oublié que les pesées réalisées la veille par eux-mêmes, ont montré que ce n'était pas possible.

Au bout d'un temps que chaque enseignant doit pouvoir évaluer suivant sa classe, et avant que l'intérêt ne tombe et qu'apparaisse le découragement, il propose lui-même d'essayer de remplacer un des clous (le plus gros par exemple) par un poids équivalent de minis.

La proposition est prise en compte par les enfants et deux d'entre eux viennent faire la pesée devant tous leurs camarades : "ça marche, 1 gros clou a pu être équilibré par 130 minis !"

Aussitôt alors, les enfants disent qu'il faut faire la même chose avec tous les autres clous et rapidement, le travail s'organise : par

.../...

groupe, ils essaient d'équilibrer chaque clou ou plaquette par un poids équivalent de minis clous.

A la fin des pesées, l'enseignant relève les résultats sur le tableau en indiquant les équivalences :

1 plaquette -> 85 minis clous
1 gros clou -> 130 minis clous
1 clou moyen -> 52 minis clous
1 petit clou -> 17 minis clous.

III. VERIFICATION PAR LES ENFANTS DES EQUIVALENCES D'ECRITURES

1) Consigne : "est-il possible maintenant de vérifier si les deux messages, pour la trousse, désignent le même poids ?"

2) Déroulement

Individuellement ou par 2, les enfants cherchent sur leur cahier de brouillon. Au bout d'un quart d'heure à 20 minutes environ, l'enseignant propose d'examiner les stratégies et les résultats obtenus (5 seulement sur 27 n'ont rien trouvé).

Il demande à l'un d'entre eux de venir au tableau écrire ce qu'il a trouvé : au cours de cette correction, l'organisation des calculs et une méthode de présentation sont mises en place. (sur les cahiers de brouillon, en effet, il y avait des calculs dans tous les sens, si bien que beaucoup d'enfants ne sont pas arrivés au résultat ou ont fait des erreurs par manque de méthode).

Bien entendu, pour que tous participent à l'activité, l'enseignant leur demande de faire les calculs en même temps que l'élève qui est au tableau.

Sous le premier message, l'enfant écrit :

8 plaquettes,	4 gros clous,	1 moyen,	1 petit,	6 minis
(8 x 85)	(4 x 130)	52	17	6
|	|			
680	520	52	17	6

L'addition est ensuite vérifiée :

680 + 520 + 52 + 17 + 6 = 1275.

.../...

Pour rappeler le sens de ces calculs, l'enseignant fait préciser qu'il faudrait 1275 minis clous pour remplacer 8 plaquettes, 4 gros clous, 1 moyen, 1 petit et 6 minis.

De la même manière, un deuxième enfant vient écrire sous le deuxième message :

5 gros clous, 8 moyens, 11 petits, 2 minis

(5 x 13)	(8 x 52)	(11 x 17)	2
650	416	187	2

$$650 + 416 + 187 + 2 = 1255.$$

Il faudrait donc 1255 minis clous pour remplacer 5 gros clous, 8 moyens, 11 petits et 2 minis.

3) <u>Comparaison des masses obtenues.</u>

Les enfants s'étonnent de ne pas trouver le même résultat pour les deux messages : 1275 minis clous pour le premier et 1255 pour le deuxième !

L'enseignant leur demande de calculer la différence :

$$1275 - 1255 = 20$$

Certains disent que c'est beaucoup, qu'il a dû y avoir une erreur. Pourtant, tout avait été bien vérifié ! Quelques-uns accepteraient une différence de 1, 2, 3... 5 minis clous... mais pas davantage.

Pouvez-vous expliquer d'où vient cette différence ?" demande l'enseignant.

Des hypothèses sont émises par les enfants : sensibilité de la balance, mise en doute de l'exactitude et d'une assez grande précision des pesées...

Ils proposent alors de voir s'il y a de telles différences entre les autres messages: ceux du dictionnaire, du plumier et du livre d'histoire.

Mais le temps ne le permet plus et l'enseignant propose de reprendre et de continuer cette activité le lendemain.

LA MESURE : 6ème ACTIVITE

COMPARAISON DES ECRITURES (Suite)
EXERCICES DE CONVERSIONS

* * *

I. MATERIEL

Les messages des enfants relatifs aux poids du dictionnaire, du livre d'histoire et du plumier.

II. RAPPEL DE L'ACTIVITE PRECEDENTE ET DE LA PROPOSITION FAITE PAR LES ENFANTS :

Vérifier pour chacun des 3 objets pesés que les deux écritures désignent la même masse.

1) Consigne

"Vous allez vérifier maintenant les deux messages relatifs au dictionnaire"

et l'enseignant écrit sur le tableau :

Message 1 : 10 plaquettes, 6 gros clous, 6 moyens, 15 petits, 6 minis
Message 2 : 0 plaquette, 7 gros clous, 7 moyens, 34 petits, 296 minis.

2) Déroulement :

Comme dans l'activité précédente, les enfants travaillent individuellement ou par 2 (comme ils le désirent). Ils appliquent, pour plus de sûreté, la méthode mise en place et utilisée la veille au tableau, si bien que les calculs vont beaucoup plus vite. Tous arrivent à un résultat (l'enseignant relève encore quelques erreurs de calcul).

La correction est faite très vite au tableau :

1er message :

10 plaquettes,	6 gros clous,	6 moyens,	15 petits,	6 minis
(10 x 85)	(6 x 130)	(6 x 52)	(15 x 17)	6
850	780	312	255	6

.../...

$$850 + 780 + 312 + 255 + 6 = 2203$$

L'enseignant fait encore rappeler le sens de ces résultats : il faudrait 2203 minis clous pour remplacer 10 plaquettes, 6 gros clous, 6 moyens, 15 petits et 6 minis clous.

2ème message :

7 gros clous,	7 moyens,	34 petits,	296 minis
(7 x 130)	(7 x 52)	(34 x 17)	296
910	364	578	296

$$910 + 364 + 578 + 296 = 2148$$

Les enfants constatent encore une différence et la calculent : 2203 - 2148 = 55.

Là encore, la différence est significative et plus grande que pour la trousse !

Une raison en est donnée immédiatement par le groupe d'enfants qui avait réalisé le message (2) lors de l'activité 3. Ils rappellent en effet qu'ils avaient eu beaucoup de difficultés pour compter les 296 minis clous, qu'ils s'étaient probablement trompés puisque, au cours de la vérification avec les récepteurs, ils avaient constaté que le dictionnaire n'était pas équilibré par le tas de sable sur la balance (cf. activité 3. Paragraphe III (f) Remarque 2).

3) Remarque

Pour que cette activité apporte aux enfants autre chose que la répétition d'un mécanisme qu'ils ont compris et qu'ils vont bien sûr renforcer, l'enseignant en profite pour leur donner l'occasion

- de réutiliser des algorithmes déjà acquis lors du 1er trimestre de classe : multiplication par 10, calcul du résultat d'une multiplication en ligne chaque fois que c'est possible.
- de revoir le sens et le calcul de la "différence"
- mais surtout de réinvestir dans une situation complètement nouvelle et différente le sens de la division.

Pour cela, il donne l'impression d'abandonner l'activité en cours, en changeant le problème, mais en fait, cette activité est reprise très vite à la leçon 7 (paragraphe II).

.../...

Ce choix de l'enseignant, qui peut paraître comme une digression, va au contraire aider les enfants dans les calculs ultérieurs qui seront beaucoup plus sûrs et rapides.

III. AUTRE PROBLEME PROPOSE

1) Consigne :

"Puisque ce message n'est pas bon, à cause du grand nombre de minis clous (il s'agit de : 7 gros clous, 7 moyens, 34 petits, 296 minis clous), vous allez le transformer de manière à utiliser le moins possible de minis clous".

2) Déroulement :

Les enfants travaillent individuellement.

Lorsqu'ils ont fini, les messages sont inscrits au tableau et les stratégies décrites par leur auteur, puis vérifiées collectivement.

3) Différentes stratégies décrites et vérifications

1ère stratégie :

Des gros clous remplacent les minis :

2 gros clous
130
130
260

296 - 260 = 36

36 - 34 = 2

17 + 17

2 petits clous

Nouveau message :

| 9 gros clous, 7 moyens, 36 petits, 2 minis |

(7 + 2)
34 + 2

Vérification sur le tableau

$$(9 \times 130) + (7 \times 52) + (36 \times 17) + 2 = 2148$$

2ème stratégie :

Des clous moyens remplacent les minis

Clous moyens <- 5 x 52 = 260

296 - 260 = 36

36 - 34 = 2

2 petits clous

Nouveau message

| 7 gros clous, 12 moyens, 36 petits, 2 minis |

(7 + 5) (34 + 2)

Vérification sur le tableau

(7 x 130) + (12 x 52) + (36 x 17) + 2 = 2148

Remarque :

Contrairement à ce que l'enseignant attendait, aucun enfant n'a posé une division : 296 : 130

ou 296 : 52...

Ceci s'explique par les petits nombres utilisés. Aussi propose-t-il, tout de suite après, le problème suivant :

"Essayez maintenant de trouver un message pour remplacer 3975 minis clous de manière à utiliser le moins possible de minis clous"

Le temps n'a pas permis de résoudre ce problème qui sera repris à la séance suivante.

LA MESURE : 7ème ACTIVITE

EXERCICES DE CONVERSION : TRANSFORMATION DE MESSAGES

* * *

I. REPRISE DE L'ACTIVITE PRECEDENTE : RAPPEL DU PROBLEME POSE

1) Consigne :

"Hier, vous avez fait des messages pour remplacer 296 minis clous de manière à utiliser le moins possible de ces minis-clous.

Pour terminer, je vous avais demandé de trouver des messages pour remplacer 3975 minis clous de manière à en utiliser le moins possible. (On suppose que ces minis clous ont servi à équilibrer un objet à peser). Chacun de vous va essayer de trouver un message".

2) Déroulement :

a) Les enfants cherchent individuellement sur leur cahier de brouillon.

L'enseignant n'intervient pas dans cette recherche. Il se borne à encourager, à préciser pour quelques enfants, si c'est nécessaire, l'objectif visé. Mais à aucun moment, il ne porte de jugement sur leur travail.

b) Recensement des stratégies et correction collective

Au bout de 15 à 20 minutes environ, l'enseignant demande aux enfants s'ils ont trouvé de nouveaux messages.

Tous les messages sont écrits au tableau noir par l'enseignant sous la dictée des enfants qui les ont réalisés.

Puis, un d'entre eux vient au tableau expliquer aux autres comment il a trouvé ce message.

PRINCIPALES STRATEGIES OBSERVEES

1) Première stratégie : Beaucoup d'enfants ont remplacé d'abord 3975 minis clous par des gros clous. Pour cela, tous n'ont pas procédé de la même manière :

.../...

1.1. Certains n'ont pas reconnu là un problème de division et ont refait, comme au moment de l'apprentissage de cette opération, des encadrements par produits successifs :

minis clous-> 130 x 10 = 1300
1 gros clou

1300 x 3 = 3900 ou 130 x 30 = 3900

Il faut remplacer 30 gros clous et il reste 75 minis clous

3975 - 3900 = 75

Quelques enfants ont arrêté là leurs calculs et ont écrit le message :

<u>30 gros clous, 75 minis clous</u>

D'autres ont continué en remplaçant 75 minis clous par des clous moyens :

75 - 52 = 23
↓
1 clou moyen

<u>Message obtenu : 30 gros clous, 1 moyen, 23 minis.</u>

L'enseignant a demandé alors s'ils n'auraient pas pu continuer à remplacer des minis clous.

Les enfants ont vu aussitôt que les 23 minis clous pouvaient être remplacés par 1 petit clou.

23 - 17 = 6

On pourrait alors avoir le message :

<u>30 gros clous, 1 moyen, 1 petit, 6 minis</u>

Ils remarquent alors que ce dernier message correspond mieux à ce qui a été demandé : utiliser le moins possible de minis clous.

1.2. La plupart ont calculé en posant une division :

3975 : 130 ce qui donne 30 gros clous et il reste 75 minis clous.

2) <u>Deuxième stratégie</u> :

Quelques enfants ont commencé à remplacer d'abord les minis clous par le plus grand nombre possible de plaquettes :

1 plaquette -> 85 minis clous

.../...

ils ont utilisé les mêmes solutions que précédemment : très peu ont trouvé par encadrement, la plupart ont posé la division :

3975 : 85 et ont trouvé 46 plaquettes et il reste 65 minis clous.

Avec ces 65 minis clous, on peut avoir 1 clou moyen

65 : 52 -> 1 clou moyen et il reste 13 minis clous

ou 65 - 52 = 13

1 clou moyen

Message obtenu : 46 plaquettes, 1 clou moyen, 13 minis

Les enfants concluent que le message :

35 gros clous, 1 moyen, 1 petit, 6 minis correspond mieux à la consigne.

Remarque : D'autres messages ont été élaborés et vérifiés collectivement mais les deux stratégies décrites ci-dessus ont été les plus utilisées par les enfants.

III. ETUDE DES MESSAGES RELATIFS AUX 2 AUTRES OBJETS PESES : le livre d'histoire et le plumier.

1) Consigne :

"Il reste encore à vérifier les messages relatifs au livre d'histoire et au plumier. Il faut voir pour chacun d'eux si les 2 messages obtenus désignent le même poids".

L'enseignant écrit ces messages au tableau :

Livre d'histoire

Message 1 : 6 plaquettes, 1 gros clou, 3 moyens, 2 petits
Message 2 : 9 plaquettes, 5 gros clous, 8 moyens, 10 petits, 18 minis

Plumier

Message 1 : 6 plaquettes, 1 gros clou, 3 moyens, 2 petits
Message 2 : 5 plaquettes, 3 gros clous, 2 petits.

2) Déroulement :

Pour aller plus vite, l'enseignant propose la vérification des messages relatifs au livre d'histoire à la moitié des élèves, pendant que l'autre moitié vérifiera les messages relatifs au plumier.

.../...

Les enfants travaillent par groupes de deux. Les calculs vont vite, car les enfants sont maintenant rodés et savent très bien ce qu'ils doivent faire.

L'enseignant procède tout de suite après à une correction collective comme dans l'activité 5 paragraphe II.(2)
et dans l'activité 6 paragraphe II.(2)

Livre d'histoire

6 plaquettes, 6 gros clous, 5 moyens, 27 petits
(6 x 85) + (6 x 130) + (5 x 52) + (27 x 17)
510 + 780 + 260 + 459 = 2009

9 plaquettes, 5 gros clous, 8 moyens, 10 petits, 18 minis
(9 x 85) + (5 x 130) + (8 x 52) + (10x17) + 18
765 + 650 + 416 + 170 + 18 = 2019

Calcul de la différence : 2019 - 2009 = 10

Les enfants sont beaucoup plus satisfaits de cette différence qu'ils admettent mieux que celles trouvées pour la trousse et surtout le dictionnaire.

Plumier

6 plaquettes, 1 gros clou, 3 moyens, 2 petits
56 x 85) + 130 + (3 x 52) + (2 x 17)
510 + 130 + 156 + 34 = 830

5 plaquettes, 3 gros clous, 2 petits
(5 x 85) + (3 x 130) + (2 x 17)
425 + 390 + 34 = 849

Calcul de la différence : 849 - 830 = 19

III. RESULTATS

1) Tous les enfants maîtrisent parfaitement les calculs de conversion, et comprennent ce qu'ils signifient (ce qui ne veut pas dire qu'il n'y a plus du tout d'erreurs d'opérations !)

.../...

2) La différence entre les résultats des pesées et ceux des calculs les gêne beaucoup. Ils ont bien compris <u>et dit</u> que les pesées n'étaient pas toujours très exactes : c'était très difficile pour que l'aiguille de la balance soit exactement au milieu, pour que le bras soit parfaitement horizontal, et malgré la finesse relative des minis clous, ils pensent qu'il aurait fallu des clous plus fins pour plus d'exactitude. Ils admettent encore mal l'idée d'approximation.

LA MESURE : 8ème ACTIVITE

SOMME DES POIDS

* * *

I. MATERIEL

- 1 balance Roberval pour 4 enfants
- les boîtes de clous et les plaquettes
- des objets à peser (ici 8) :
  . 1 boîte de trombonnes "pleine"
  . 1 règle
  . 1 double décimètre
  . 2 cahiers ensemble
  . 1 boîte de craies
  . 1 livre de bibliothèque (désigné sur les messages des enfants par "Charlie")
  . 1 paire de ciseaux
  . 1 paquet de stylos feutres
- des feuilles blanches pour les messages

Bien entendu, ces objets peuvent être très différents. Mais il est tout de même prudent de ne pas choisir des objets trop lourds (il faudrait dans ce cas, disposer d'un très grand nombre de clous).

II. ORGANISATION DE LA CLASSE

La classe est divisée en équipes de 4 ou 5 enfants : équipes A, B, C, D, E, F.

Chaque équipe comprend 2 groupes de 2 ou 3 enfants :

Equipe A	Groupe A1 Groupe A2	Equipe B	Groupe B1 Groupe B2 etc...

Les groupes A1 et A2, B1 et B2, ... sont séparés mais ils travaillent ensemble et vont se communiquer des résultats.

Les premiers groupes A1, B1, C1, D1, E1, F1 sont installés avec les balances, les clous, des objets à peser et commencent l'activité

.../...

pendant que les enfants des groupes A2, B2, C2, D2, E2, F2 font individuellement un exercice de mathématique préparé à l'avance par l'enseignant.

III. DEROULEMENT DE L'ACTIVITE

L'enseignant s'adresse à tous les enfants :

1°) Consigne :

"Je vais donner d'abord plusieurs objets aux groupes A1, B1, C1, D1, E1, F1."

L'enseignant s'adresse à ces groupes :

"Vous les pèserez un par un et vous indiquerez, pour chacun, son poids sur une feuille blanche".

Il s'adresse à tous les groupes :

. Lorsque les groupes A1, B1, C1, D1, E1? F1, auront terminé, je donnerai ces mêmes objets aux groupes A2, B2, C2, E2, F2 ainsi que les balances.

Il s'adresse à ces derniers groupes :

"Vous pèserez ensemble ces objets en les mettant sur le même plateau de la balance et vous indiquerez le poids obtenu sur une autre feuille blanche.

Il s'adresse à tous les groupes :

- Pendant ce temps les groupes A1, B1, C1, D1, E1, F1 calculeront sur leur feuille, la somme des poids qu'ils ont inscrits.

- Pouvez-vous prévoir ce que nous ferons ensuite ?"

Les enfants comprennent qu'il faudra comparer le sommes trouvées par les groupes A1, B1, C1, D1, E1, F1 et le poids indiqué par les groupes A2, B2, C2, D2, E2, F2.

2°) Distribution des objets :

Groupe A1 : la boîte de trombonnes
les deux cahiers
la règle

.../...

Groupe B1 : la boîte de craies
le livre de bibliothèque ("Charlie")
les ciseaux

Groupe C1 : le paquet de feutres
le double décimètre

Groupe D1 : mêmes objets que B1

Groupe E1 : mêmes objets que C1

Groupe F1 : mêmes objets que A1

3°) Déroulement de l'activité :

a) L'enseignant distribue les objets un par un aux enfants des groupes A1, B1, C1, ... qui les pèsent et inscrivent leur poids sur la feuille (voir photocopie des pesées à la fin du compte rendu). En attendant, les enfants des groupes A2, B2, C2,... travaillent individuellement (voir paragraphe II).

b) Lorsque tous les objets sont pesés et leur poids indiqué sur les feuilles blanches, l'enseignant les distribue en même temps aux groupes A2, B2,... qui vont les peser ensemble.

Remarque : Les groupes A2, B2, C2, commencent à peser tandis que les groupes D2, E2, F2, attendent que leurs camarades aient terminé pour avoir à leur tour les objets (puisque ce sont les mêmes). Ils continuent le travail personnel.

c) Pendant que les groupes A2, B2, C2, D2, E2, F2 pèsent les objets ensemble, les enfants des groupes A1, B1, C1, D1, E1, F1, calculent la somme des poids qu'ils ont trouvés et l'indiquent sur leur feuille.

IV. RECENSEMENT DES RESULTATS OBTENUS

1) Observation des résultats

Dès que les pesées sont terminées et vérifiées par l'enseignant, les résultats sont inscrits de la manière suivante au tableau noir : l'enseignant choisit lui-même les résultats des équipes B et D qui paraissent plus ressemblants au premier abord.

.../...

Equipes B et D

Groupes	Somme des poids
B1 ->	2 plaquettes, 18 gros clous, 1 moyen, 3 petits, 20 minis
D1 ->	1 plaquette, 17 gros clous, 2 moyens, 8 petits, 101 minis
	Poids total des 3 objets ensemble
B2 ->	1 plaquette, 19 gros clous, 1 moyen, 1 petit, 6 minis
D2 ->	25 plaquettes, 4 gros clous, 6 minis

Il demande ensuite aux enfants d'examiner d'abord ceux des groupes B1 et B2 qui sont aussitôt isolés sur le tableau :

B1 -> 2 plaquettes, 18 gros clous, 1 moyen, 3 petits, 20 minis
B2 -> 1 plaquette, 19 gros clous, 1 moyen, 1 petit, 6 minis

Les enfants ne sont pas étonnés, outre mesure, que l'écriture de la somme soit différente de celle du poids total, donné directement par la pesée des 3 objets ensemble. Ils se rappellent en effet les activités 5 et 6 au cours desquelles ils devaient comparer ainsi des écritures différentes correspondant aux poids des mêmes objets.

Ils trouvent donc normal, après réflexion, que ces écritures soient différentes mais tous savent qu'elles désignent des poids égaux.

2) Vérification collective.

L'enseignant leur demande de réfléchir à la manière de montrer que ces écritures désignent le poids des mêmes objets.

L'exemple choisi induit très fortement leur réflexion et la proposition qu'ils font :

"Il faut enlever 1 gros clou au résultat de B2 pour obtenir 18 clous comme dans B1 et remplacer par des plaquettes qui seront ajoutées à celle de B2". Mais alors ils se souviennent que ce remplacement n'est pas possible puisque aucun des clous d'une catégorie n'est multiple d'un clou d'une catégorie inférieure. Ils proposent alors de remplacer ce gros clou par 130 minis, qui sont ensuite transformés en plaquettes, ce qui donne lieu aux calculs suivants :

1 gros clou -> 130 minis.

.../...

Avec 130 minis, on calcule le nombre de plaquettes que l'on peut obtenir :

130 : 85 -> 1 plaquette et il reste 45 minis-clous.

Cette plaquette est ajoutée à celle de B2, ce qui en fait 2 comme dans B1 et il reste 45 minis.

Alors, les enfants qui comprennent peu à peu en quoi consiste ce jeu des transformations, participent tous avec beaucoup d'enthousiasme et les propositions fusent de toutes parts.

"il n'y a que les petits et les minis qui ne sont pas pareils. Mais on peut changer les 45 minis en petits".

L'enseignant demande à un enfant de venir faire les calculs au tableau :

45 : 17 -> 2 petits et il reste 11 minis.

"on ajoute les 2 petits à celui de B2 qui y est déjà,ça en fait 3 comme dans B1 et il reste 11 minis qu'on ajoute aux 6 minis" disent les enfants.

L'enseignant réécrit le nouveau résultat de B2 qui est comparé à celui de B1.

B2 -> | 2 plaquettes, 18 gros clous, 1 moyen, 3 petits, 17 minis |

et demande si on ne pourrait pas faire d'autres transformations.

Les enfants voient immédiatement qu'avec 17 minis, on obtient 1 petit clou ainsi qu'avec 20 minis. Mais là, il restera 3 minis.

<u>Nouveau résultat encadré</u> :

B1 -> 2 plaquettes, 18 gros clous, 1 moyen, 4 petits, 3 minis
B2 -> 2 plaquettes, 18 gros clous, 1 moyen, 4 petits

<u>Conclusion</u> : Il y a 3 minis clous de différence, ce qui est très peu et les enfants, qui commencent à se familiariser avec l'idée d'approximation, admettent bien cette différence et disent même "c'est presque pareil !"

L'activité s'arrête là, le temps ne permettant plus d'examiner les autres résultats - Mais l'enseignant avertit les enfants que les résultats des autres groupes seront vérifiés dans la séance suivante.

.../...

V. RESULTATS

1) Tous les enfants ont compris le système des conversions (même si tous ne le maîtrisent pas encore)

2) De plus, cette activité a renforcé une des idées fondamentales de la mesure (pour obtenir les mêmes écritures): utiliser le plus possible d'unités les plus grandes avant de prendre le plus grand nombre possible d'unités immédiatement inférieures et ainsi de suite jusqu'aux unités les plus petites.

3) L'idée d'approximation, qu'ils n'admettaient pas du tout au début de l'activité de mesure, commence à mûrir dans l'esprit des enfants et à être acceptée.

.../...

craies → 1 plaquette et 13 gros clous.
Charlie → 3 gros clous, 1 plaquette, 1 petit et 13 minis
ciseaux → 2 gros clous, 1 moyen, 2 petits et 7 mini

---

18 gros clous, 2 plaquettes 1 moyen, 3 petits, 20 minis
-5?

B_1

B_2

Total craies + ciseaux - Charlie

1 plaquette, 19 gros, 1 moyen, 1 petit, 6 minis,

2 gros clous, 1 moyen, et 42 ~~petit~~ minis ciseaux Charlie

2 gros cloues, 1 moyen, 3 petit, 1 plaquette, 54 minis

13 gros clous, 5 petit, 5 mini → Craies

$$\begin{array}{r} 54 \\ +42 \\ 5 \\ \hline 101 \end{array}$$

Somme :

17 gros clous, 2 moyen, 1 plaquette, 8 petite, 101 minis

D1

D2

Poids total:

boite de craies + ciseaux Charlie

25 plaquettes, 4 gros clous, 6 mini

LA MESURE : 9ème ACTIVITE

COMPARAISON DES RESULTATS DE LA SOMME DES POIDS D'OBJETS AVEC LE POIDS GLOBAL DES TROIS OBJETS

* * *

I. MATERIEL

Les feuilles des résultats des enfants de la séance précédente.

II. EXAMEN DES AUTRES RESULTATS

1) Consigne : "Hier, nous n'avons pas eu le temps d'examiner les résultats de tous les groupes. Nous allons donc continuer aujourd'hui. Nous allons vérifier ensemble sur le tableau les résultats des groupes A1 et A2, pour que tout le monde ait bien compris".

2) Déroulement : Le travail se déroule - comme dans la séquence précédente : l'enseignant écrit les deux résultats au tableau (celui de la somme des poids et celui de la pesée des objets ensemble) et les enfants font des propositions :

A1 -> 9 plaquettes, 3 gros clous, 2 moyens, 8 petits, 29 minis
A2 -> 2 plaquettes, 9 gros clous, 3 moyens, 8 minis

"on pourrait prendre 7 plaquettes à A1, il en restera 2 comme dans A2 et on remplace ces 7 plaquettes par des gros clous puisqu'il y en a seulement 3 dans A1 et 9 dans A2..."

L'enseignant demande à tous les enfants de calculer combien on doit mettre de gros clous pour remplacer les 7 plaquettes : il fait rappeler d'abord qu'il faut commencer par transformer les 7 plaquettes en minis clous et trouver combien on aura de gros clous avec ces minis clous.

Les enfants travaillent individuellement (ou par 2 s'ils le désirent). Lorsqu'ils ont terminé ce premier calcul, l'enseignant fait une correction collective. Il envoie un enfant au tableau. Tous les autres suivent pour voir s'ils ne se sont pas trompés :

$$7 \times 85 = 595$$

.../...

on peut remplacer les 7 plaquettes par 595 minis clous. Il faut calculer maintenant par combien de gros clous on peut remplacer ces 595 clous :

595 : 130 -> 4 gros clous et il reste 75 minis clous que l'on peut remplacer par 1 moyen :

$$\underbrace{75 - 52}_{\text{1 moyen}} = 23$$

L'enseignant fait écrire ce premier résultat :

A1 -> 2 plaquettes, 3 gros + 4 gros, 2 moyens + 1 moyen, 8 petits, 23 + 29 minis

2 plaquettes,	7 gros clous	3 moyens	8 petits	52 minis

Ce résultat est comparé de nouveau à A2

A2 -> | 2 plaquettes, 9 gros clous, 3 moyens, 8 minis |

Les enfants constatent que le nombre de plaquettes et des clous moyens est le même.

Ils proposent de transformer 52 minis clous en petits

52 : 17 -> 3 petits, il reste 1 mini.

Ces 3 petits sont ajoutés aux 8 autres :

| A1 -> 2 plaquettes, 7 gros clous, 3 moyens, 11 petits, 1 mini |

Il faut maintenant égaliser les gros clous en enlevant 2 gros clous à A2 ou en ajoutant 2 gros clous à A1...

3) <u>Changement de stratégie</u>

A ce stade, les enfants trouvent que ces transformations sont très longues et si les calculs ne se font pas d'une manière méthodique, ils se perdent. Ils sont conscients, pour la plupart, qu'ils ne sauront pas, tout seuls faire ce cheminement et qu'ils n'arriveront pas au bout.

Alors, une enfant rappelle que, pour comparer les messages, (dans les activités 5 et 6), toutes les catégories de clous avaient été remplacées par des minis clous et que l'on pourrait faire la même chose. La proposition est acceptée par l'ensemble des enfants. L'enseignant propose de continuer la vérification des résultats laissés en cours, par ce procédé. Des enfants viennent tour à tour au tableau faire les calculs suivants :

.../...

A1 -> 2 plaquettes, 7 gros clous, 3 moyens, 11 petits, 1 mini

(2 x 85) + (7 x 130) + (3 x 52) + (11 x 7) + 1

170 + 910 + 156 + 187 + 1 = 1424

soit 1424 minis clous

A2 -> 2 plaquettes, 9 gros clous, 3 moyens, 8 minis

(2 x 85) + (9 x 130) + (3 x 52) + 8

170 + 1170 + 156 + 8 = 1504

soit 1504 minis clous

La différence est de : 1504 - 1424 = 80.

Les enfants trouvent que cette différence de 80 minis clous est très grande.

III. VERIFICATION DES AUTRES RESULTATS PAR GROUPES

1) Consigne : "Puisque vous avez trouvé un moyen plus facile et plus sûr de vérifier les résultats, vous allez maintenant vous partager le travail : la moitié de la classe va transformer les sommes des groupes C1, D1, E1, F1, tandis que l'autre moitié transformera le poids des 3 objets trouvés par les groupes C2, D2, E2, F2.

2) Déroulement :

Les enfants travaillent par groupes de deux. Les calculs sont très rapides, les enfants étant maintenant bien rôdés à ce genre d'exercice.

Dès que tous ont terminé, les résultats sont inscrits au tableau, ccorrigés et examinés collectivement (comme dans II, 3).

Les enfants constatent, qu'ici encore, il y a des différences plus ou moins grandes mais ils les acceptent beaucoup mieux. Cependant, ils sont très heureux de constater (avec soulagement) que E1 et E2, B1 et D1 trouvent exactement le même poids pour leurs objets respectifs.

IV. RESULTATS

A la fin de cette activité, et à la suite de remarques d'enfants, l'enseignant propose une réflexion sur les avantages et les inconvénients de ces différentes stratégies.

.../...

Les enfants disent que pour vérifier certains résultats, les calculs ont été très longs (il était impossible de comparer les écritures si on ne transformait pas tout en minis clous) ou alors les stratégies étaient très compliquées.

Ils se rappellent alors de ce qu'ils avaient essayé de faire au cours de la 5ème activité : remplacer chaque clou par un nombre exact de clous d'une catégorie inférieure et ils sont conscients que ce serait beaucoup plus commode d'avoir de telles unités.

La discussion s'arrête là.

.../...

A1

boite de trombonnes = 5 plaquette, 3 petits, 8 minis
2 cahiers = 2 gros, 4 plaquette, 5 petits, 11 minis, 1 moyens
règle = 1 gros, 10 minis 1 moyen

TOTAL $\boxed{\text{3 gros, 9 plaquettes, 8 petits, 29 minis, 2 moyen}}$

3 gros , 9 " , 7 " , 12 minis , 2 "

A2

2 plaquettes, 9 gros clous, 3 moyens, 2 minis

LA MESURE : 10ème ACTIVITE

EXERCICES DE TRANSFORMATION EN BASE 60

* * *

1. RAPPEL :L'enseignant rappelle l'idée émise par les enfants lors de la dernière activité : remplacer 1 gros clou par un nombre exact de plaquet tes, ou plus généralement, remplacer 1 clou d'une catégorie par un nombre exact de clous d'une catégorie inférieure.

II. CHANGEMENT DE CODE :

1) Consigne : "Chez les quincaillers, il a de nombreuses sortes de clous. Imaginons qu'il existe des clous tels que :

- le poids d'un gros clou = le poids de 60 plaquettes
- le poids d'une plaquette = le poids de 60 clous moyens
- le poids d'un clou moyen = le poids de 60 petits clous
- le poids d'un petit clou = le poids de 60 minis clous.

Sauriez-vous, en utilisant ce répertoire, comparer les écritures qui désignent les poids de deux objets différents ?

Par exemple, comparez le poids de deux objets A et B :

A -> 3 gros clous, 25 moyens, 2 petits

B -> 2 gros clous, 14 moyens, 3 petits, 5 minis

Quel est l'objet le plus lourd ?

2) Déroulement :

Les enfants recherchent individuellement sur leur cahier de brouillon.

Stratégies observées durant l'activité :

1ère stratégie : Quelques enfants ont comparé les gros clous de A avec les gros clous de B, puis les clous moyens de A et les clous moyens de B ; à cette étape, il est évident que A est plus lourd que B. Puis ils ont noté la différence de 1 petit clou en faveur de B et des 5 minis. Ils ont certainement fait des transformations simples

.../...

mentalement car ils ont déclaré avec conviction que A était plus lourd que B (ils ont dit en particulier que 5 minis ne changeaient pas beaucoup le rapport entre A et B)

<u>Remarque</u> : L'exemple choisi par l'enseignant se prêtait d'une façon évidente à ces comparaisons et n'incitait pas les enfants à faire des calculs.

L'exemple suivant aurait mieux convenu pour motiver les enfants à faire des calculs.

A -> 2 gros clous, 25 moyens, 4 petits

B -> 3 gros clous, 14 moyens, 3 petits, 5 minis.

<u>2ème stratégie</u> : Beaucoup d'enfants ont transformé les gros clous en moyens, les moyens en petits et ils ont ajouté comme si c'était la même unité.

<u>3ème stratégie</u> : utilisée par la plus grande partie des enfants.

A -> 3 gros clous, 25 moyens, 2 petits

$$
\begin{array}{cc}
\downarrow & \downarrow \\
(3 \times 60) & (25 \times 60) + 2 \\
\downarrow & \downarrow \\
180 & \underbrace{1500 \quad + 2} \\
\downarrow & \\
180 \text{ moyens} & 1502 \text{ petits}
\end{array}
$$

B -> 2 gros clous, 14 moyens, 2 petits, 5 minis

$$
\begin{array}{ccc}
\downarrow & \downarrow & \\
(2 \times 60) & (14 \times 60) + 2 & 5 \text{ minis} \\
\downarrow & \downarrow & \\
120 & \underbrace{840 \quad + 2} & 5 \text{ minis} \\
\downarrow & \downarrow & \\
120 \text{ moyens} & 842 \text{ petits} & 5 \text{ minis}
\end{array}
$$

La transformation s'arrête là : ils peuvent, en effet, comparer les clous moyens de A à ceux de B, les petits clous de A à ceux de B et ils négligent les 5 minis clous de B qui n'ont aucune influence sur le résultat, à savoir :

poids de A > poids de B.

.../...

4ème stratégie : Utilisée seulement par une élève : elle a transformé directement les gros clous de A et de B en petits clous en multipliant par 3600.

3) Correction collective : L'enseignant fait procéder par étape : des enfants viennent à tour de rôle au tableau :

A -> 3 gros clous, 25 moyens, 2 petits

1ère étape : (3 x 60) (25 x 60)

180 moyens $\underbrace{\text{1500 petits + 2 petits}}_{\text{1502 petits}}$

2ème étape : 180 x 60

10800 petits + 1502 petits = 12302 petits.

Comme il y a des minis clous dans l'écriture du poids de B, les enfants proposent de transformer 12302 petits clous en minis, ce qui donne :

3ème étape : 12302 x 60 = $\boxed{738120}$

B -> 2 gros clous, 14 moyens, 3 petits, 5 minis

1ère étape : 2 x 60 14 x 60 3 x 60

120 moyens 840 petits 180 minis 5 minis

2ème étape 120 x 60 840 x 60

7200 petits 50400 minis 185 minis

3ème étape : 7200 x 60

432000 minis + 50400 minis + 185 Minis = $\boxed{482585}$

On peut maintenant comparer A et B

A -> 738120 minis
B -> 482585 minis ==> A > B.

Remarque : Les enfants qui ont utilisé la première stratégie, comparer les gros clous de A avec les gros clous de B, les moyens de A avec les moyens de B... constatent que leur stratégie était beaucoup plus rapide et qu'il était inutile de faire tous ces calculs.

.../...

L'enseignant constate avec eux que dans ce cas, en effet, il était beaucoup plus astucieux de procéder de cette manière. C'est alors qu'il leur propose l'exemple suggéré dans la remarque du 2) :

A -> 2 gros clous, 25 moyens, 4 petits

B -> 3 gros clous, 14 moyens, 3 petits, 5 minis.

Ils font alors l'analogie avec l'activité précédente lorsqu'il a fallu comparer les écritures de la somme des poids : ils se rappellent que dans certains cas, il était préférable, si on voulait arriver au bout sans se tromper, de tout transformer dans l'unité la plus petite et c'est ce qu'ils proposent de faire pour cet exemple.

Cette comparaison s'est faite collectivement car le temps ne permettait pas une recherche personnelle suivie d'une correction.

III. REMARQUES SUR CETTE ACTIVITE

1) Le choix de ce code, dans lequel chaque unité est 60 fois plus grande que celle qui lui est immédiatement inférieure, ne raccourcit pas beaucoup les stratégies. Cependant, les enfants se rendent compte que les calculs sont beaucoup plus simples et rapides : ils peuvent tous se faire en ligne. D'autre part, il n'est plus utile de se référer sans arrêt à un répertoire compliqué : le système étant régulier, il suffit de savoir que chaque unité est 60 fois plus grande que celle qui le suit.

2) Ce choix est tout à fait arbitraire et la situation peu astucieuse. Il a été fait pour que l'investissement important des enfants dans cette activité soit récupéré et utilisé dans une autre étude.

3) Les enfants sont prêts maintenant à aborder le système sexagésimal. Certains d'ailleurs, ont fait remarquer au cours de l'activité, que "ça marchait" comme les heures et les minutes.

L'enseignant a donc fait le choix de consacrer quelques activités à travailler sur les unités de temps.

LA MESURE DU TEMPS : 11ème et 12ème ACTIVITES

CALCUL SUR LES NOMBRES SEXAGESIMAUX

* * *

I. REMARQUE

La notion de temps et de durée n'a pas fait l'objet de leçons systématiques et formelles. Tout à fait au début de l'année scolaire, une pendule a été accrochée à un mur de la classe, face aux enfants, de telle sorte que tous la voient et distinguent bien les chiffres.

Les enfants ont appris à lire l'heure de manière presque "naturelle" grâce à des questions tout aussi "naturelles" qui relevaient d'un jeu plutôt que d'une activité d'enseignement.

En voici quelques exemples

1) La classe commence à 9 heures. Les enfants sont assis à leur bureau et sortent de leur cartable crayons, stylos, cahiers, livres... Lorsque le calme revient, que tous sont attentifs, l'enseignant demande à l'un d'eux : - "quelle heure est-il à la pendule ? Combien de temps avez-vous mis pour préparer vos affaires ?" (en général, il s'écoule 5 à 6 minutes).

"Demain, nous essaierons de gagner une minute. A quelle heure devrons-nous être prêts à travailler ?"

2) Avant de commencer la leçon de mathématique - ou de français - il est d'usage, dans la classe, que quelques enfants lisent à haute voix le paragraphe de 10 lignes qu'ils avaient à préparer chez eux (ce sont généralement les enfants qui ont des difficultés en lecture).

"Nous allons lire pendant un quart d'heure les dix lignes que vous deviez préparer. A quelle heure nous arrêterons-nous ?"

Pour ceux qui ne savent pas encore lire l'heure, l'enseignant fait préciser :

.../...

"Où se trouvera alors la grande aiguille ? et le petite ? vous surveillerez la pendule et vous m'avertirez lorsqu'il faudra s'arrêter".

3) Ou, en cours de journée :

"Quelle heure est-il ? je vous donne 20 minutes pour faire cet exercice. A quelle heure faudra-t-il avoir fini ? (de même pour certains : "'où sera alors la grande aiguille, la petite ?...)"

4) Ou encore le petit jeu suivant, après une activité intense qui exige le retour au calme :

"Je vais cacher la pendule à l'aide de ce chiffon. Vous allez rester calmes sans bouger, sans parler, pendant 3 minutes. Vous m'avertirez dès que vous pensez que les trois minutes sont écoulées".

5) Ou bien :

"Aujourd'hui, vous avez mis 16 minutes pour faire cette division. A quelle heure aviez-vous commencé ? Demain, nous essaierons de mettre 5 minutes de moins. Vous disposerez donc de combien de temps ? et dans quelques jours, je ne vous laisserai que 5 minutes. Combien de temps aurez-vous gagné par rapport à aujourd'hui ?"

6) Evaluation de la durée de 3/4 d'heure ou d'une heure.

Les enfants demandent très souvent, en rentrant à 14 heures, quel sera l'emploi du temps de l'après-midi.

"Nous allons lire pendant 3/4 d'heure et après, nous continuerons l'histoire. A quel moment arrêterons-nous la lecture ? qu'est-ce que c'est que 3/4 d'heure ? : c'est 3 fois 1/4 d'heure. Où sera la grande aiguille ? la petite ? Avertissez-moi à ce moment-là."

7) "Je veux le silence dans une seconde !"

Cet ordre péremptoire amuse les enfants qui arrêtent immédiatement de parler.

"Comment savoir si vous avez mis une seconde pour revenir au calme ?" Les enfants parlent du chronomètre.

"Est-ce que l'on ne pourrait pas avoir une petite idée sans utiliser le chronomètre ?"

"Essayez de taper dans les mains lorsque vous pensez que 5 secondes se sont écoulées en partant de mon signal" (l'enseignant tape sur un bureau avec une règle !)

.../...

(Beaucoup d'enfants comptent doucement 1, 2? 3? 4, 5). L'enseignant peut ainsi varier indéfiniment la forme des questions. Rapidement, après répétition systématique de ces jeux (car ce sont des jeux pour les enfants !), tout au long de l'année scolaire, ils apprennent à lire l'heure, à évaluer la durée, à faire mentalement quelques calculs simples, et ceci, sans qu'il y ait eu une étude systématique et souvent très rébarbative.

De même, la lecture de l'heure leur a appris que dans une heure il y a 60 minutes (chose que la plupart d'entre eux savaient déjà !).

L'utilisation du chronomètre pour mesurer la vitesse de lecture (activité qui se fait couramment aussi - 2 fois par trimestre et ce, depuis le CE1) ou pour mesurer en gymnastique la vitesse de la course, leur a appris aussi qu'il y a 60 secondes dans une minute.

A ce moment le l'année scolaire, il est donc possible d'aborder avec ces enfants, les calculs sur l'heure et la durée. C'est d'autant plus facile pour eux, qu'ils ont fait immédiatement le rapprochement avec les calculs sur les poids avec les clous fictifs de l'activité 10, chaque poids de clou étant multiple de celui qui lui est immédiatement inférieur en poids.

III. EXERCICES SUR LES NOMBRES SEXAGESIMAUX

Avant de commencer les exercices, l'enseignant écrit sur le tableau :

1 h = mn
1 mn = s
1 h = s

et fait compléter par les enfants

1 h = 60 mn
1 mn = 60 s
* 1 h = 3600 s.

* Généralement, les enfants écrivent : 1 h = 120 s. L'enseignant n'hésite pas à consacrer quelques minutes à résoudre ce petit problème avec eux, ce qui donne l'occasion de réinvestir ce qui avait été fait à propos des fonctions numériques et de leur composition :

.../...

$$\begin{tikzcd} 1\ h \arrow[r, "\mathrm{x}\ 60"'] \arrow[rr, bend right=40, "?"'] & mn \arrow[r, "\mathrm{x}\ 60"'] & s \end{tikzcd}$$

(x60) suivi de (x60) = x3600 donc 1 h = 3600 s.

1) <u>Quelques exercices proposés</u> :

Ils sont donnés un par un : les enfants cherchent individuellement sur leur cahier de brouillon et une correction collective suit chacun d'eux. L'enseignant est juge du temps qu'il doit laisser pour cette recherche : si les enfants travaillent, cherchent, il ne faut pas les interrompre. Mais dès que s'installe lassitude ou découragement, alors, il faut intervenir et changer le mode d'activité.

1°) Pierre et Jacques décident d'aller voir leur grand-mère à bicyclette. Pierre a mis 1 heure 59 minutes 58 secondes pour faire le trajet. Paul, lui, a mis 2 heures 05 minutes.

Quel est celui qui a roulé le plus vite ?

2°) Dans la fable de La Fontaine "le lièvre et la tortue" le lièvre et la tortue font une course.
La tortue a mis 25 minutes et 5 secondes pour aller jusqu'au chou. Le lièvre lui, a mis 1510 secondes.
Quel est celui qui est arrivé le premier ? Combien de temps a-t-il mis de moins que l'autre ?

3°) Si on dit qu'un train a mis 6432 secondes pour aller de Bordeaux à Angoulême, a-t-on une idée de cette durée ? Comment pourrait-on l'écrire en utilisant des heures et des minutes ?

4°) Sur une cassette trois morceaux de musique sont enregistrés. Le premier morceau dure 3 minutes 50 secondes, le deuxième 4 minutes 20 secondes et le troisième 2 minutes 55 secondes.

Quelle est la durée totale de l'enregistrement ?

2) <u>Remarques</u> :

a) A propos de ces exercices, et au cours des corrections, l'enseignant fait découvrir aux enfants les techniques à utiliser : par exemple, il fera remarquer que le résultat : 9 minutes 125 secondes (de l'addition précédente) ne doit pas rester écrit ainsi puisque dans 125 secondes, il y a 2 minutes.

A ce sujet également, se pose le problème de la retenue. C'est une excellente occasion pour redonner du sens à ce qui était devenu un mécanisme dénué de toute signification et pour faire remarquer que ce système est différent du système à base 10.

b) Il est bien évident que l'enseignant ne doit pas se limiter à ces quatre exercices qui ont été pris comme exemples. Il est intéressant de donner également des exercices de multiplication d'un nombre sexagésimal par un entier et pourquoi pas de division ? C'est au maître d'en juger suivant le niveau et la rapidité des élèves.

c) Deux ou trois séances peuvent être consacrées à ce type de problèmes. Mais il est cependant utile de rappeler que tous les enfants ne maîtriseront pas encore tous les calculs sur les nombres sexagésimaux. Ce serait une grave erreur de les lasser en insistant au-delà de quelques séances : en effet, ils n'en seraient pas plus réceptifs et leur maîtrise n'en serait pas plus sûre, au contraire. Cependant, il leur sera donné d'autres occasions de rencontrer ces n otions (comme d'ailleurs toutes celles qui ont été abordées dans le courant de l'année scolaire : divisions, fonctions...) qui leur paraîtront plus aisées et qu'ils assimileront mieux, en particulier dans des exercices de durée qu'ils feront ultérieurement.

LA MESURE : 13ème ACTIVITE

UNITES LEGALES DE POIDS

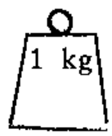
* * *

I. MATERIEL :

2 boîtes de poids en laiton contenant chacune :

1 poids de 500 grammes
1 poids de 200 grammes
2 poids de 100 grammes
1 poids de 50 grammes
1 poids de 20 grammes
2 poids de 10 grammes
1 poids de 5 grammes
2 poids de 2 grammes
1 poids de 1 gramme

et 1 poids en fonte de 1 kg



II. RAPPEL :

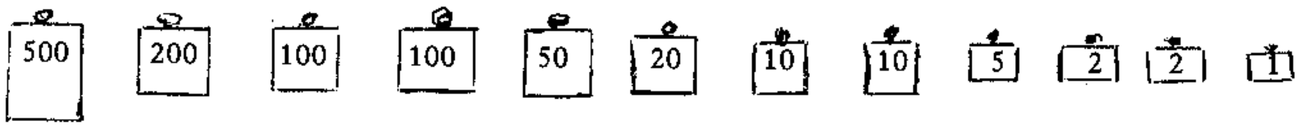
L'enseignant rappelle aux enfants les activités de pesées avec les clous. Il leur rappelle aussi les difficultés et la longueur des stratégies pour comparer les messages, pour les transformer...

Il leur demande si, au marché, où beaucoup d'entre eux vont faire des commissions, les marchands de légumes et de fruits se servent de clous pour peser avec les balance.

L'enseignant laisse les enfants s'exprimer et dire ce qu'ils ont vu une ou deux minutes. Puis il leur présente les boîtes de poids.

III. PRESENTATION DES BOITES DE POIDS EN LAITON :

1) Les enfants observent les poids, les décrivent, regardent ce qui est marqué dessus. Ces poids sont dessinés au tableau par l'enseignant au fur et à mesure de leur description.



.../...

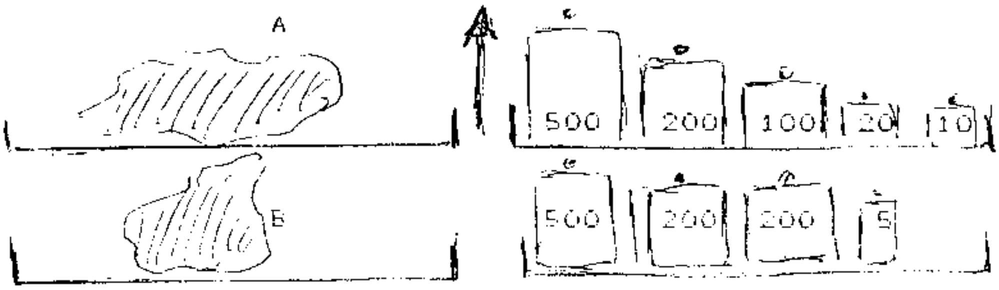
2) Consigne :

"J'ai mis un objet A sur le plateau d'une balance. Sur l'autre plateau, j'ai mis un poids de 500 grammes, un poids de 200 grammes, un poids de 100 grammes, un poids de 20 grammes et un poids de 10 grammes. A ce moment-là, la balance était en équilibre.

Puis, j'ai pesé un objet B qui a été équilibré avec un poids de 500 grammes, 2 poids de 200 grammes, et un poids de 5 grammes.

Quel est le poids de A ?
Quel est le poids de B ?
Quel est le poids total de A et de B ?"

En même temps qu'il énonce la consigne, l'enseignant fait le schéma suivant sur le tableau :



3) Déroulement :

Les enfants cherchent individuellement sur leur cahier de brouillon. Les calculs sont très simples, donc très vite faits. Dès qu'ils ont terminé, l'enseignant fait faire la correction au tableau :

A $500 + 200 + 100 + 20 + 10 = 830$

A pèse 830 grammes

B $500 + (2 \times 200) + 5 = 905$

B pèse 905 grammes

La somme est faite ensuite :

$830 + 905 = 1735$

A et B pèsent 1735 grammes.

L'enseignant fait énumérer les poids qui ont été utilisés si on ajoute A + B :

.../...

a) 2 poids de 500 g, 3 poids de 200 g, 1 poids de 100 g, 1 poids de 20 g, 1 poids de 10 g, 1 poids de 5 g.

"Si on avait mis directement ces deux objets ensemble sur le même plateau d'une balance, quels poids aurait-on dû mettre sur l'autre plateau (de manière à ce qu'il y en ait le moins possible ?"

Les enfants regardent la somme qui est indiquée au tableau : 1735 grammes et disent :

b) "on pourrait mettre 3 poids de 500 grammes, ce qui fait 1500 g, 1 poids de 200 g, 1 poids de 20 g, 1 poids de 10 g, et 1 poids de 5 g."

c) "on pourrait mettre aussi un poids de 1 kg, 1 poids de 500 g, 1 de 200 g...

4) Comparaison des 3 écritures qui désignent la somme des poids A et B (écritures a et b, c). Ces trois écritures sont inscrites sur le tableau :

a) 2 poids de 500 g, 3 poids de 200 g, 1 poids de 100 g, 1 poids de 20 g, 1 poids de 10 g, 1 poids de 5 g.

b) 3 poids de 500 g, 1 poids de 200 g, 1 poids de 20 g, 1 poids de 10 g, 1 poids de 5 g.

c) 1 poids de 1 kg, 1 poids de 500 g, 1 poids de 200 g, 1 poids de 20 g, 1 poids de 10 g, 1 poids de 5 g.

Les enfants constatent qu'elles sont différentes mais qu'elles désignent toutes les trois le même poids : poids de A + poids de B.

L'enseignant leur demande de prouver qu'elles sont égales. La question leur paraît tellement simple, qu'ils ne prennent pas leur cahier de brouillon et comptent de tête :

$$\text{a)}\quad \left.\begin{array}{rcr} 2 \times 500 & = & 1000 \\ 3 \times 200 & = & +\ \ 600 \\ & & +\ \ 100 \\ & & +\ \ \ 20 \\ & & +\ \ \ 10 \\ & & +\ \ \ \ 5 \end{array}\right\} \longrightarrow 1735$$

.../...

$$\text{b) } 3 \times 500 = \left.\begin{array}{r} 1500 \\ +\ 200 \\ +\ 20 \\ +\ 10 \\ +\ 5 \end{array}\right\} \longrightarrow 1735$$

$$\text{c) } \left.\begin{array}{r} 1000 \\ +\ 500 \\ +\ 200 \\ +\ 20 \\ +\ 10 \\ +\ 5 \end{array}\right\} \longrightarrow 1735$$

La facilité des calculs les fait rire. L'enseignant rappelle la comparaison des écritures des activités 5, 6... et leur demande pourquoi c'est si facile dans ce cas. Ils disent que tous les poids sont exprimés dans la même unité, qu'ils sont multiples les uns des autres.

IV. INTRODUCTION DES UNITES LEGALES DE POIDS : INSTITUTIONNALISATION.

1) L'enseignant écrit alors sur le tableau en montrant les poids correspondants :

1000 g	100 g	10 g	1 g

Les enfants constatent la ressemblance avec le système de numération. Alors l'enseignant ajoute :

u. mille	c	d	u
1000	100 g	10 g	1 g

et il donne le nom légal des poids et leur abréviation courante :

d)

1000 g	100 g	10 g	1 g
kilogramme	hectogramme	décagramme	gramme
kg	hg	dag	g

Dès qu'il nomme le kilogramme, les enfants évoquent immédiatement le kilomètre, puis ils font le rapprochement, aidés par l'enseignant :

hectogramme, ça ressemble à hectomètre

décagramme, ça ressemble à décamètre

et aussitôt, les relations entre ces unités kg, hg, dag et le gramme sont donnés par l'enseignant :

.../...

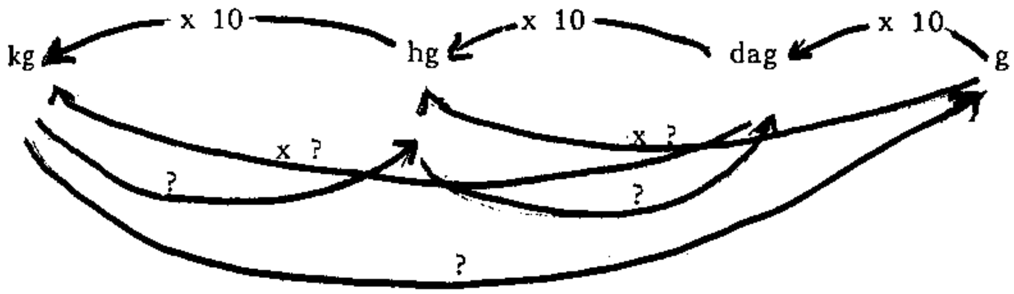
le kilogramme vaut 1000 grammes
l'hectogramme vaut 100 grammes
le décagramme vaut 10 grammes.

2) <u>Relations entre les différentes unités</u> :

L'enseignant demande alors :

"Le kilogramme est combien de fois plus grand que le décagramme ?
Le décagramme est combien de fois plus petit que l'hectogramme ?
etc...

et il transforme le tableau d) :



et propose aux enfants de compléter.

<u>V. RESULTATS</u> :

1) Les enfants ont parfaitement compris le fonctionnement des unités légales de poids. Ils ont fait spontanément le rapprochement avec les unités de longueur (les multiples du mètre)

2) Ils ne sont pas encore familiarisés avec les noms :
<u>hecto</u>gramme, <u>déca</u>gramme
<u>hecto</u>mètre, <u>déca</u>mètre(*)

Cette familiarisation va se faire progressivement au cours des exercices qui seront proposés dans les séances suivantes.

(*) L'enseignant a montré un double décamètre en ruban. Les enfants ont vérifié avec le mètre en bois de la classe qu'il mesurait bien 20 mètres.

LA MESURE : 14ème ACTIVITE

EXERCICES DE CONVERSIONS AVEC LES UNITES LEGALES DE POIDS

* * *

Cette activité se déroule sous forme d'exercices proposés aux enfants suivis de corrections immédiates. Comme dans beaucoup d'activités de ce type, l'enseignant en profitera pour faire réutiliser par les enfants des notions vues précédemment.

I. <u>PREMIER EXERCICE</u> : **Calcul rapide.**

L'enseignant pose des questions, les enfants lèvent la main dès qu'ils ont trouvé la réponse (les questions sont posées l'une après l'autre). L'enseignant interroge chaque fois un enfant différent et la correction se fait aussitôt sur le tableau.

1 dag = ? g	120 dag = ? g
5 dag = ? g	200 dag = ? g
10 dag = ? g	150 dag = ? g
30 dag = ? g	1 double dag = ? g
27 dag = ? g	1/2 dag = ? g
1 hg = ? g = ? dag	1 kg = ? g = ? dag
25 hg = ? dag = ? g	75 kg = ? hg = ? dag
20 hg = ? g = ? dag	1/2 kg = ? g
1 double hg = ? g	10 kg = ? g = ? hg
1/2 hg = ? g	450 kg = ? dag

Cet exercice de calcul rapide permet aux enfants de se familiariser avec le vocabulaire et les relations entre les différentes unités de poids introduites au cours de l'activité précédente. Il leur donne l'occasion de réutiliser les notions de double (x 2) et de moitié (: 2),(1/2) dans un domaine différent de celui où elles avaient été introduites.

.../...

L'enseignant fait dire aux enfants

- ce qu'est 1/2 dag : "un décagramme c'est 10 grammes, 1/2 dag, c'est la moitié d'un décagramme, donc 5 grammes"
- ce qu'est un double dag : "un décagramme c'est 10 grammes, un double décagramme, c'est deux fois 10 g, donc 20 grammes".

II. DEUXIEME EXERCICE

Les enfants travaillent sur leur cahier de brouillon. Une correction suit chaque exercice (l'enseignant envoie chaque fois un élève différent pour corriger sur le tableau)

3 hg + 2 dag + 1 g = g
1 kg + 3 dag = g
1 hg + 1/2 hg + 2 g = g
1/2 kg + 1 double dag = g

III. TROISIEME EXERCICE

a) Consigne : "Pour peser un objet A, j'ai mis sur le plateau d'une balance :

A -> 500 g 4 hg 1/ 2 dag 2 g.

Pour peser un objet B, j'ai mis :

B -> 5 hg 200 g 4 dag 5 g.

. Quel est l'objet le plus lourd ?

. Calculer la somme des deux objets

. Comment aurait-on pu peser ces deux objets ensemble, (dans le même plateau de la balance) en utilisant le moins de poids possible ?

b) Déroulement : Les enfants travaillent individuellement sur leur cahier de brouillon.

Lorsque tous ont trouvé au moins les deux premières questions (comparaison des objets et somme), l'enseignant fait une correction collective. Pour cela, il envoie un enfant au tableau.

.../...

Lorsque cette première correction est faite, il demande aux autres enfants quels sont ceux qui ont utilisé cette méthode et s'il y en a qui en ont trouvé une autre. Dans ce cas, il envoie un autre enfant au tableau.

c) Stratégies utilisées par les enfants

1ère stratégie : Certains enfants ont comparé les poids par catégorie :

500 g (par A) -> ils disent : "c'est le même poids"
et 5 hg (pour B)

4 hg (pour A) -> 400 g
200 g (pour B)

La différence est de 200 g au profit de A

1/2 dag (pour A) -> 5 g
4 dag (pour B) -> 40 g

La différence est de 35 g au profit de B.

Comme 200 g est plus grand que 35 g, on peut dire que l'objet A est plus lourd que l'objet B.

2ème stratégie :

D'autres enfants ont transformé toutes les mesures en grammes

A -> 500 + 400 + 5 + 2 = 907

L'objet A pèse 907 grammes

B -> 500 + 200 + 40 + 5 = 745

L'objet B pèse 745 grammes.

Pour faire la somme, ils ont presque tous remplacé 500 g + 500 g par 1 kg.

IV. RESULTATS

Ces exercices ne présentent aucune difficulté pour les enfants. A la fin de la séance, la plupart d'entre eux sont familiarisés avec le vocabulaire. Certaines conversions (d'une unité à une unité inférieure) posent encore quelques problèmes, notamment lorsque le

.../...

nombre se termine par un ou des zéros :

Exemple : 3<u>00</u> hg = 300<u>00</u> g

Les activités qui suivent permettront aux enfants d'acquérir une maîtrise convenable.

EXERCICES DE CONVERSIONS

Nous proposons ici une série d'exercices de conversions qui ont été donnés aux enfants comme exercices d'entraînement. Ils n'ont pas fait l'objet de leçons particulières mais ils ont été proposés régulièrement, au début de la leçon de mathématiques (comme calcul mental ou calcul rapide), pendant 10 minutes environ.

Les exercices étaient donnés un par un sur le tableau. Les enfants écrivaient la réponse sur le cahier de brouillon. Ils étaient aussitôt corrigés. (Il est raisonnable de donner 2 ou 3 exercices chaque jour).

1) Exprime en secondes les durées suivantes :

2 h 10 mn 5 s =
4 h 56 mn 18 s =
3 h 40 s =
5 h 35 mn =

2) Exprime en heures, minutes, secondes les durées :

6432 s =
24728 s =

3) 3 hg + 2 dag + 1 g = g
1 kg + 3 dag = g
1 hg + 1/2 dag + 2 g = g
1/2 kg + 1 double dag = g

4) 125 g = hg dag g
3200 g = ? dag
2 hg 40 g = ? dag

5) 1 hg + 2 dag + 5 g = g
2 kg + 1/2 dag + 3 g = g
1 double hg + 25 g = g
3 kg 5 g = hg

6) On a pesé 2 objets A et B
A = 1/2 kg + 1 double Hg + 1/2 dag + 2 g
B = 1000 g + 1/2 hg + 4 dag + 5 g

Quel est l'objet le plus lourd ?
Combien pèsent ensemble ces 2 objets

.../...

Comment peut-on peser ces deux objets ensemble avec le moins de poids possible ?

4525 g = kg, hg dag g

3200 g = hg

320 g = dag

320 dag = hg

2 hg 40 g = dag

3200 g = dag

7) 1725 g = kg, hg dag g.

2405 g = hg g

2547 g = dag g

3 kg 5 dag 2 g = g

2 kg 15 dag = g

La mesure : 15ème activité

Trouver le poids d'un récipient vide (1ère partie)

I - MATERIEL

- 1 balance roberval
- 1 seau rempli d'eau
- 1 récipient vide léger un matière plastique (60 g environ)
  (boîte de glace achetée dans le commerce)
- la boîte de poids en laiton
- 1 verre

II - PREPARATION DE LA CLASSE

1. Le tableau

Avant la leçon, l'enseignant prépare ainsi le tableau :

<table>
<tr><td colspan="4">calcul sur les poids</td><td>Nombre de verres d'eau</td><td>Poids total</td><td>Explication schéma</td><td>Prévisons</td></tr>
<tr><td>100 g hg</td><td>10 g dag</td><td>1 g g</td><td>Total</td><td>1...</td><td></td><td></td><td>1.-- |— |-- |— |</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>2....</td><td></td><td></td><td>2 -- |— |-- |— |</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td>3....</td><td></td><td></td><td>3-----------------</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td>4------------------</td></tr>
</table>

2. Le matériel est disposé devant les enfants

. Sur une table face aux élèves, l'enseignant a posé :
- la balance Roberval et les poids
- le récipient en matière plastique
- le verre

. Par terre, le seau plein d'eau

III - DEROULEMENT DE L'ACTIVITE

Elle comprend 4 étapes :

1/ Première étape :

a) ***Consigne*** : "Vous allez avoir à deviner le poids d'un récipient avec de l'eau".

L'enseignant prend le récipient vide et le verre qu'il remplit d'eau. Il vide l'eau du verre dans le récipient.
"Nous allons peser le récipient. Quel poids pensez-vous que nous allons trouver ? Vous marquerez votre prévision sur le cahier de brouillon".

b) ***Déroulement*** : - Prévision (le récipient et un verre d'eau)

Chaque enfant fait une prévision qu'il inscrit sur son cahier.

- Vérification

Lorsque tous les enfants ont terminé, l'enseignant demande à l'un d'entre eux de venir faire la pesée à l'aide de la balance Roberval et des poids en laiton et ce, devant tous ses camarades.

Lorsque la balance est en équilibre, l'enfant qui vient de faire la pesée dicte le résultat (en énumérant la liste des poids dans le plateau) à un camarade qui marque ces poids sur la partie gauche du tableau préparée à cet effet : "calcul sur les poids".

Exemple

calcul sur les poids

100 g hg	10 g dag	1 g g	Total
2	2	8	228 g

- Recueil et présentation des estimations

L'enseignant écrit 228 g et demande :
- qui a trouvé la valeur exacte ?
- qui a trouvé plus ? qui a trouvé moins ? et il inscrit lui-même les valeurs données par les enfants sur la partie droite du tableau : "prévisions, ligne 1, dans un ordre croissant, ainsi que le nombre d'enfants qui ont prévu ces valeurs.

Exemple :

Prévisions

1 — 25g | 80g | 125g | 450g |
1 3 5 2

2

3

4

- qui avait prévu entre 80 g et 125 g ? (5 enfants)
- qui avait prévu entre 125 g et 450 g ? (2 enfants)....

ligne 1

25 g | 80 g | 125 g | 450 g |

1 3 5 2

ces nombres désignent des bornes pour les valeurs proposées par les enfants

ces nombres désignent le nombre d'enfants qui ont répondu dans ces intervalles

c) ***Remarque*** : Les enfants sont surpris lors de cette première étape : en effet, ils disent qu'il leur a été très difficile, voire impossible, de trouver le poids du récipient avec l'eau et qu'ils ont donné un nombre au hasard.

2/ 2ème étape

Cette deuxième étape se déroule comme la première : l'enseignant remplit à nouveau le verre (il faut qu'il soit bien plein) et le vide dans le récipient qui contient toujours le premier verre d'eau.

a) ***Consigne*** :

"Quel poids prévoyez-vous maintenant pour le récipient ?" Marquez ce poids sur votre cahier de brouillon"

b) ***Déroulement*** : - Prévision (le récipient et deux verres d'eau)

Les enfants inscrivent leurs prévisions.

- Recueil et présentation des estimations.

Comme dans l'étape précédente, l'enseignant recueille les estimations (avant le contrôle de la pesée).

- Combien as-tu trouvé ? demande-t-il à un enfant
- Qui a trouvé moins ? Combien ?
- Qui a trouvé plus ? Combien ?

et il inscrit les nombres sur la partie droite du tableau, ligne 2 (sous la ligne 1 précédente).

ligne 1

___ |25 g ________ |80 g __________ |125 g __________ |450 g __________

ligne 2

___ |________ |__________ |__________ |__________

On obtient ainsi un histogramme grossier.

- Vérification

Comme dans la première étape, l'enseignant demande à un enfant de venir peser le récipient tandis qu'un autre inscrit sur la partie gauche du tableau (calcul sur les poids) les poids énumérés par son camarade.

Ces poids sont marqués sous ceux de la première pesée, lors de la première étape.

Exemple

calcul sur les poids

100 g hg	10 g dag	1 g g	Total
2	2	8	228 g
3	8	3	383 g

Comportements observés : Beaucoup d'enfants ont doublé le premier poids (228 x 2), mais d'autres essaient de corriger leur prévision. Pas de commentaires... la pesée indique cette fois 383 g. Comparaison des anticipations des élèves... quelques-uns s'éclairent et disent : "j'ai compris !"

Remarque : L'enseignant ne relève aucun des commentaires faits par les enfants. Il leur dit : "Ne dites rien, chacun va essayer de faire une bonne prévision. Laissez les autres avoir le plaisir de découvrir et de comprendre tout seuls ! Au début, c'était une devinette, mais bientôt, vous allez pouvoir prévoir exactement. Continuons !"

3/ Troisième étape :

Le déroulement est le même que celui de la deuxième étape :

a) L'enseignant verse un 3ème verre d'eau dans le récipient

b) Les enfants font des prévisions qui sont recueillies sur la partie droite du tableau (ligne 3).

Comportements observés

i) Déjà, une dizaine d'élèves retranchent le premier résultat du second et lui ajoutent la différence :

$$383 - 228 = 155$$
$$155 + 383 = 538$$

ii) Quelques autres "bricolent leurs nombres", deux ou trois multiplient imperturbablement par 3 la première valeur (iii).

c) Vérification par la pesée.

Un enfant vient faire la pesée avec inscription des poids et du total sur la partie gauche du tableau, ligne 3 : 553 g !

Les enfants qui avaient fait les calculs i) ci-dessus et qui étaient presque sûrs d'avoir bien calculé sont étonnés, puis déçus. Ils ont un sentiment d'injustice.

Un élève a proposé la valeur exacte : les autres le pressent de dire comment il a fait :

"J'ai vu que l'aiguille était plutôt par là, alors j'ai réfléchi..."

Il est le meilleur, il a gagné ! L'enseignant résiste à l'envie de lui infliger "l'explication".

Le jeu de devinette continue.

4/ Quatrième étape :

a) L'enseignant verse un quatrième verre plein d'eau dans le récipient.

b) Les enfants font des prévisions écrites.

c) ***Recueil des prévisions*** : L'enseignant recueille une première prévision d'un enfant et demande : "avez-vous tous prévu le même poids ?"

Il recueille une deuxième prévision d'un autre enfant. "Qui prévoit pareil ?"

d) ***Débat*** : Avant de recueillir les autres estimations, l'enseignant demande aux enfants quels sont ceux qui sont sûrs de leur prévision et pourquoi ils ont choisi ce nombre.

Il leur propose de discuter pour essayer de savoir qui a raison, et d'exposer leur méthode avant la pesée. Il leur dit également qu'après le débat, ils pourront changer leur prévision s'ils le veulent. Les enfants discutent : à ce stade, beaucoup ont trouvé UNE prévision, un nombre unique mais par un raisonnement correct, et savent l'expliquer. Mais un certain nombre d'enfants (très peu) ne sont pas convaincus : ils disent encore qu'ils prévoient au hasard et que "ça marche" et ils ne veulent pas se laisser convaincre par le raisonnement de leurs camarades.

e) ***Rectification des prévisions*** : L'enseignant arrête la discussion : les enfants qui le désirent rectifient le poids qu'ils avaient marqué sur leur cahier de brouillon.

f) ***Vérification*** : Un enfant vient faire la pesée avec inscription des poids et du total sur la partie gauche du tableau, ligne 4.

Remarque : Les élèves comprennent progressivement que le calcul ne donne pas forcément la valeur trouvée avec la balance. Les élèves qui ont utilisé cette méthode de prévision viennent l'expliquer et s'insurgent de ne pas la voir réussir. Elle prend en compte tous les éléments essentiels du problème d'une façon qui paraît rationnelle, elle se communique bien.

Les élèves qui ne l'avaient pas trouvée, l'utilisent pour comparer, la comprennent.

5) Prévision du poids du récipient vide.

a) L'enseignant propose d'abord de vider un 5ème verre pour les enfants qui désirent utiliser la méthode énoncée ci-dessus par leurs camarades...

(Même processus)

b) "Maintenant, je vais vider l'eau et peser le récipient, qu'est-ce que je vais trouver ?

Les enfants font leur prévision sur leur cahier de brouillon..

Mais le récipient n'est pas pesé :- il n'y a pas de vérification dans cette séance.

Certains sont déjà sûrs de leur prévision ; la conviction des autres enfants se fera petit à petit au cours de l'activité suivante et ce n'est qu'à ce moment qu'ils pourront vérifier leur prévision. Pour accorder le résultat du raisonnement et celui du mesurage, il faudra expliciter le fonctionnement des erreurs et des approximations, mais les élèves n'en ont pas encore pris conscience.

La mesure : 16ème activité

Trouver le poids d'un récipient vide :

défis
(2ème partie)

I - RECUEIL DES PREVISIONS

L'enseignant recueille les prévisions (poids du récipient vide) que les enfants avaient faites à la fin de l'activité précédente.

Ces prévisions sont inscrites sur une droite. L'enseignant place une barre dans la région proposée et indique le nombre d'enfants qui ont prévu la même valeur :

4 (enfants) 3 (enfants)

———|———|———|———|————————————

valeur valeur valeur

- Qui a trouvé moins ?
- Qui a trouvé plus ? etc...

II - RECENSEMENT DES "METHODES"

Les élèves qui ont utilisé des méthodes de prévisions par le calcul viennent les expliquer.

L'enseignant les recense. Il y en a deux :

1°) Calcul avec les 2 premiers nombres obtenus par la pesée :

R : récipient
V : verre

$$\begin{array}{ccccc} 383 & - & 228 & = & 155 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ R+2V & & R+1V & & IV \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} 228 & - & 155 & = & 73 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ R+1V & - & 1V & & R \end{array}$$

Le maître écrit ces opérations et ces formules au tableau sans commentaire. Les élèves en comprennent parfaitement le sens pour les besoins de la leçon.

2°) Calcul avec le premier, le deuxième et le troisième nombres obtenus par la pesée

$$\begin{array}{ccccc} 553 & - & 383 & = & 170 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ R+3V & & R+2V & & IV \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} 228 & - & 170 & = & \mathbf{58} \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ R+1V & & 1V & & R \end{array}$$

Les poids sont différents ! 73 g dans un cas, 58 g dans l'autre ! Les enfants sont très surpris et déçus et ils ne comprendront que très progressivement que le calcul ne donne pas forcément la valeur indiquée par la balance. L'enseignant leur demande alors d'essayer de trouver d'autres méthodes de calcul qui permettraient de trouver le poids du récipient vide. Et c'est en les encourageant, en leur lançant des défis, qu'il les amène petit à petit à en essayer d'autres qui sont élaborées en commun et inscrites sur le tableau.

3°) Calcul avec le premier et le troisième nombre obtenus par la pesée :

$$\begin{array}{ccccc} 553 & - & 228 & = & 325 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ R+3V & & R+1V & & 2V \end{array}$$

Les enfants comprennent qu'il faut trouver la moitié de 325 pour avoir le poids d'un verre.

Ils proocèdent par décomposition car il s'agit d'une division par 2. Ils ne ressentent pas la nécessité de poser l'opération. Il en aurait sûrement été autrement s'il avait fallu partager en 3, 4, 5...

la moitié de 300 → 150
la moitié de 20 →10
la moitié de 5 → 2 1/2
la moitié de 325 → 162 1/2

$$\begin{array}{ccccc} 228 & - & 162\ 1/2 & = & 65\ 1/2 \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ R+1V & & 1V & & R \end{array}$$

4°) Autres calculs avec le troisième nombre :

$$\begin{array}{cccccc} 553 & - & 383 & = & 170 & \text{(cf le 2°)} \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \\ R+3V & & R+2V & & IV & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} 3 & \times & 170 & = & 510 \\ & & \downarrow & & \downarrow \\ & & 1V & & 3V \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} 553 & - & 510 & = & \mathbf{43} \\ \downarrow & & \downarrow & & \\ R+3V & & 3V & & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} 2 & \times & 170 & = & 340 \\ & & \downarrow & & \downarrow \\ & & 1V & & 2V \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} 383 & - & 340 & = & \mathbf{43} \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ R+2V & & 2V & & R \end{array}$$

5°) Autres calculs avec le 3ème et le 2ème nombre

$$\begin{array}{cccccc} 383 & - & 228 & = & 155 & \text{(cf le 1°)} \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \\ R+2V & & R+1V & & 1V & \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} 155 & \times & 3 & = & 465 \\ & & & & \downarrow \\ & & & & 3V \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccc} 553 & - & 465 & = & \mathbf{88}\text{ g} \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ R+3V & & 3V & & R \end{array}$$

III - RECENSEMENT DES EXPLICATIONS SUR LES ECARTS

Les enfants comparent tous les résultats obtenus pour le poids du récipient

R : 73 g, 58 g, 43 g, 65 1/2 g, 43 g, 88 g.

L'enseignant leur demande s'ils peuvent donner des explications et trouver des raisons à ces différences. Ils disent :
"la balance n'est pas très juste !"
"l'aiguille n'était pas toujours exactement au milieu !"
"le verre n'était pas toujours plein de la même manière !"
"les pesées n'étaient pas assez précises !"

Ils vont de plus en plus loin dans l'analyse des erreurs de mesure.

Remarque : Il existerait des moyens d'arrêter cette chaîne de raisonnements : il suffit de remplacer l'eau par du sable bien sec, et la balance Roberval par une balance à ressort : la précision de la lecture est de l'ordre du gramme et le poids des verres de sable, d'une pesée à l'autre, varie de moins d'un gramme.

IV - DEBAT SUR LA REPONSE AU "HASARD"

1°) L'enseignant recense maintenant la prévision des enfants qui se targuent de l'avoir faite au hasard.

Il fait constater à tous les élèves que, sur l'ensemble de ces prévisions, très peu - une ou deux seulement chaque fois - se rapprochent des résultats obtenus par le calcul et que ce ne sont jamais les mêmes élèves qui les font.

Malgré cela, quelques enfants qui avaient bien calculé commencent à douter de l'efficacité de leur méthode et ils demandent à leurs camarades comment ils ont fait pour donner leur résultat. Bien entendu, ces derniers ne peuvent pas exhiber une méthode de prévision et pourtant ils essaient de les impressionner par une assurance exagérée. En fait, ils ne donnent pas leur résultat au hasard mais ils utilisent des encadrements pour en diminuer l'incertitude.

2°) L'enseignant lance alors un défi :
"Nous allons faire un grand nombre de pesées (une quinzaine) avec un autre récipient et chaque fois, vous ferez une prévision :

- soit toujours par le calcul
- soit toujours au hasard.

Je noterai pour chacun de vous les prévisions que vous aurez faites. Puis nous pèserons le récipient vide. Nous compterons ensuite le nombre de prévisions qui seront le plus près de ce poids.

Ceux dont le nombre total de prévisions se rapprocheront le plus de ce poids auront gagné!

"Qui prévoit par le calcul ?"

"Qui prévoit par le hasard ?"

Stupéfaction dans la classe : personne ne veut prévoir au hasard.

V - POIDS DU RECIPIENT

Les pesées n'ont pas eu lieu : le temps de l'activité était écoulé. Cependant, on procède solennellement à la pesée du récipient vide. Deux enfants viennent faire cette pesée devant leurs camarades : entre 51 et 52 grammes !

Les enfants qui ont trouvé 58 g jubilent (voir le 2° du II ; recensement des méthodes). Ceux qui ont trouvé 73 g redonnent les explications du paragraphe III. Ils sont tout de même à peu près sûrs que leur méthode est correcte.

L'enseignant propose de refaire l'activité en remplaçant l'eau par du sable fin.
(cette expérience n'a pas eu lieu par manque de temps)

Mais en attendant, ils formulent les conclusions que l'on peut tirer de ces expériences :
"il semblerait que le poids du récipient est probablement compris entre 43 et 88 grammes.

Des manipulations plus soigneuses devraient permettre d'avoir des écarts moins énormes (du simple au double). Mais il resterait toujours une certaine erreur. Si l'on prend deux mesures seulement, et qu'on les suppose exactes, le calcul que vous avez appris donne une réponse, elle aussi supposée exacte".

Remarque : Au cours de ces activités et de ces débats, le modèle mathématique a été utilisé implicitement et explicitement comme moyen de prévision, comme moyen de comparaison des résultats, comme argument dans le débat, finalement comme évidence logique par tous les élèves, à plusieurs reprises. Sans formalisation excessive, les bases d'un écriture algébrique ont même été introduites par le maître. Il resterait à institutionnaliser son usage par des petits problèmes de résolution de systèmes de deux équations à deux inconnues conformes aux exemples que nous venons de montrer.
Exemple : un camion chargé de douze fûts pèse 7 tonnes. Après avoir déchargé 6 fûts il ne pèse plus que 4 tonnes Quel est le poids d'un fût et celui du camion vide ? Ce genre de situations a été bien présenté dans un article de IN (BESSOT et EBREHARD n° 37).

VI - RESULTATS

Les objectifs visés ont été atteints : la plupart des enfants ont su résoudre par la suite les problèmes classiques de recherche du poids du contenu ou du poids du récipient.

Ils ont aussi pris conscience des écarts entre les résultats des manipulations et ceux des calculs numériques, ils ont accepté de les prendre en considération et ont su les commenter.

Beaucoup d'entre eux étaient capables de trouver un intervalle et de donner une valeur centrale, de choisir des valeurs voisines, de rejeter les valeurs trop éloignées et surtout d'accepter celles de leurs camarades lorsqu'elles étaient différentes des leurs mais dans des écarts raisonnables.

VII - COMMENTAIRES SUR LES RESULTATS DES 15EME ET 16EME ACTIVITES

Contrairement à l'idée que l'on pourrait avoir, les enfants de ce niveau ont une forte tendance à oublier que le contenant pèse, dans le cas où ce contenant est indissociable du contenu (liquide, poudre...). Et pour certains d'entre eux, il ne suffit pas qu'il y pensent pour manipuler le poids du contenant sans erreurs (ils le comptent deux fois dans les sommes). Lors des explications, il n'est pas du tout évident pour les enfants qu'il faille enlever le poids du récipient vide pour obtenir le poids du contenu (eau, sable...)

Ce phénomène nous a paru suffisamment général et suffisamment résistant (presque un obstacle épistémologique ; cf. problèmes de didactique de la mesure : Exemples de quelques difficultés importantes) pour mériter les deux leçons que vous lui avons consacrées.

1/ Cette activité a permis à chacun de prendre conscience que tout pèse dans le plateau d'une balance : le récipient et l'eau. Dans des exercices ultérieurs, nous ferons rappeler ce principe dans des cas semblables : par exemple le sac et la farine qu'il contient, et même dans des cas plus difficiles, la baudruche vide et pleine d'air.

Ce fait a été explicité et est devenu un savoir de la classe.

2/ On estime qu'après cette expérience, les élèves seront mieux armés pour résoudre et comprendre les problèmes de fonctions affines, c'est-à-dire les problèmes dans lesquels des sommes (ou des produits) portant sur des éléments composés de deux parties dont l'une est répétée et l'autre ne doit pas l'être : allées qui se croisent, prise en charge et coût kilométrique dans un taxi, abonnement et tarif progressif etc...

3/ Dans la connaissance de la mesure, les élèves ont confirmé leur intuition qu'une valeur observée (obtenue dans un mesurage) est entachée d'une erreur ; c'est-à-dire qu'un certain intervalle peut lui être associé
- à l'intérieur, les autres valeurs de cet intervalle pourraient être observées par un autre mesureur, et donc acceptées comme valeurs théoriques de la mesure
- et à l'extérieur de cet intervalle, on sera fondé à écarter les valeurs observées.

4/ Cette erreur n'est pas entièrement inconnue : on peut estimer, à priori, qu'elle sera inférieure à certaines valeurs. Par exemple, quand on mesure la longueur de la table, on peut estimer que l'erreur sera inférieure à 1 cm. On peut vérifier cette estimation par une statistique: ensemble de mesures faites, soit par un même élève, soit par tous les élèves.

Remarque : Habituellement, les maîtres choisissent une valeur centrale dans cet intervalle et continuent le problème avec cette valeur unique, ce qui ne donne aux élèves aucun moyen de prévoir ce que deviendra cette erreur dans les calculs que l'on est conduit à faire. Cela revient à éliminer le problème de l'erreur.

Nous avons, au contraire, attiré l'attention des enfants afin qu'ils considèrent que la distribution des mesures d'un certain intervalle sont, a priori, acceptées. Par la suite, cette idée sera constamment reprise jusqu'à l'élucidation des différentes sources d'erreurs (erreurs dûes à l'imprécision de l'appareil, au manque de fidélité, erreur de lecture, erreur absolue, relative, que devient l'erreur dans les sommes et dans les produits ?)

Nous avons subrepticement utilisé une représentation de la distribution des erreurs. Cette image sera exploitée lors de l'introduction de la notion de moyenne. Elle pourrait être utilisée si l'on voulait introduire les connaissances les plus élémentaires de la statistique : étendue, médiane, etc...

5/ Les enfants ont pris conscience aussi que lorsqu'on fait une théorie ou une méthode pour prévoir ou obtenir un résultat, il ne suffit pas que son application réussisse une fois ou même deux pour qu'elle soit acceptée comme vraie ou valide. Il faut qu'elle "marche" dans tous les cas, ce qui ne peut s'établir qu'avec un raisonnement et qu'elle permette de maintenir, au cours des expériences, les erreurs à l'intérieur des intervalles déterminés.

Il faut donc au moins qu'elle soit ***reproductible, effectuable, explicitable, communicable*** aux autres et intelligible pour eux.

LA MESURE : 17ème ACTIVITE

LES MESURES DE LONGUEUR : SOMME

* * *

I. MATERIEL :

1. Des baguettes (de 1 cm environ de largeur) découpées dans du papier Canson de 4 couleurs différentes :

- 3 baguettes jaunes (2 jeux) de longueur :

12 cm et 7 mm	
9 cm 3 mm	jaunes
3 cm 6 mm	

- 3 baguettes vertes (2 jeux) de longueur :

11 cm 5
8 cm 7 mm
4 cm

- 3 baguettes bleues (2 jeux) de longueur :

15 cm 2 mm
6 cm 5 mm
9 mm

2. Des doubles-décimètres (1 par groupe de 2 enfants)

3. Des feuilles de papier blanc pour marquer les résultats (1 feuille par groupe de 2 enfants)

4. 4 Pots de colle

II. ORGANISATION DE LA CLASSE

Cette organisation est la même que celle de l'activité 8 "Somme des poids".

Les enfants sont divisés en équipes de 4 ou 5 : équipes A, B, C, D, E, F.

Chaque équipe comprend 2 groupes de 2 ou 3 enfants :

.../...

Equipe A $\begin{cases} \text{groupe } A_1 \\ \text{groupe } A_2 \end{cases}$

Equipe B $\begin{cases} \text{groupe } B_1 \\ \text{groupe } B_2 \end{cases}$

etc...

Les groupes A_1 et A_2, B_1 et B_2, C_1 et C_2.... sont séparés dans la classe mais ils travaillent ensemble et vont se communiquer des résultats.

Les groupes A_1, B_1, C_1, D_1, E_1, F_1, commencent à mesurer des baguettes à l'aide du double-décimètre pendant que les enfants des groupes A_2, B_2, C_2, D_2, E_2, F_2, font individuellement un exercice préparé à l'avance par l'enseignant.

III. DEROULEMENT DE L'ACTIVITE

1) Première phase : mesure des baguettes, anticipation de l'écriture de la somme

. l'enseignant s'adresse à tous les enfants :

a) Consigne : "Je vais distribuer 3 baguettes aux groupes A_1, B_1, C_1, D_1, E_1, F_1. Vous mesurerez chaque baguette dont vous indiquerez la mesure sur cette feuille blanche".

. Il s'adresse à tous les groupes :

"Lorsque les groupes A_1, B_1, C_1, D_1, E_1, F_1 auront terminé, je donnerai les 3 baguettes aux groupes A_2, B_2, C_2, E_2, F_2 qui devront les coller bout à bout sur une feuille blanche, mesurer la longueur totale obtenue, et écrire cette mesure sous les baguettes collées.

. Il s'adresse aux groupes A_1, B_1, C_1, D_1, E_1, F_1 "Pendant que vos camadrades colleront les baguettes, vous essaierez de trouver la somme des mesures des 3 baguettes.

. Il s'adresse à tous les groupes :

"Pouvez-vous prévoir ce que nous ferons ensuite ?"

Les enfants comprennent bien qu'il faudra comparer les sommes trouvées

.../...

par les groupes A_1, B_1, C_1, D_1, E_1, F_1 et les mesures des trois baguettes collées bout à bout par les groupes A_2, B_2, C_2, D_2, E_2, F_2.

b) Distribution des baguettes

Groupe A_1 : 3 baguettes jaunes (voir matériel)

Groupe B_1 : 3 baguettes vertes

Groupe C_1 : 3 baguettes bleues

Groupe D_1 : 3 baguettes vertes

Groupe E_1 : 3 baguettes jaunes

Groupes F_1 : 3 baguettes bleues.

c) Déroulement

Les groupes A_1, B_1, C_1, D_1, E_1, F_1 mesurent les baguettes distribuées par l'enseignant, inscrivent ces mesures sur la feuille de papier blanc (voir photocopie).

En attendant, les groupes A_2 B_2 C_2 D_2 E_2 F_2 commencent le travail personnel préparé par l'enseignant. Dès que les baguettes sont mesurées, l'enseignant les donne aux groupes correspondants A_2 B_2 C_2 D_2 E_2 F_2 qui les collent sur une feuille blanche, mesurent la longueur totale qu'ils indiquent sous les bandes collées (voir photocopie).

Pendant ce temps, les groupes A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1, font la somme des 3 mesures qu'ils ont relevées

et commencent eux aussi le travail personnel en attendant que leurs camarades aient fini le collage et la mesure des baguettes.

IV. RECENSEMENT DES RESULTATS ET COMPARAISON DES ECRITURES DE LA SOMME

L'enseignant relève (sous la dictée des élèves) toutes les mesures qu'il inscrit sur le tableau :

- mesure des baguettes (groupes A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1)
- calcul de la somme (" " " ")
- Mesure des longueurs (groupes A_2 B_2 C_2 D_2 E_2 F_2) obtenues en collant les 3 baguettes

.../...

Remarque : Les mesures indiquées dans ces tableaux sont celles qui ont été trouvées par les enfants.

1) Pour plus de facilité, il propose d'abord d'examiner les résultats des équipes A et E : baguettes jaunes.

groupes	baguettes jaunes
A_1 -> (mesures)	12 cm 7 mm 9 cm 3 mm 3 cm 6 mm
Calcul de la somme ->	25 cm 6 mm
A_2 -> mesure des 3 baguettes collées bout à bout	25 cm 6 mm
E_1 -> (mesures)	12 cm 6 mm 9 cm 2 mm 3 cm 5 mm
Calcul de la somme ->	25 cm 3 mm
E_2 -> mesure des 3 baguettes collées bout à bout	25 cm 4 mm

Les deux groupes A_1 et A_2 de l'équipe A sont d'accord : l'anticipation de la mesure de la somme A_1 est la même que la mesure effective des 3 baguettes par A_2 : 25 cm 6 mm.

Pour l'équipe E, il y a un problème : les deux groupes ne trouvent pas la même mesure. De plus, les enfants s'aperçoivent que la mesure des mêmes baguettes donnée par E_1 est différente de celle donnée par A_1.

.../...

L'enseignant vérifie rapidement ces mesures avec les enfants. Cependant, tous sont d'accord pour dire que le calcul de la somme par le groupe E_1 est correct.

2) <u>L'enseignant examine ensuite les résultats de l'équipe C : baguettes bleues.</u>

groupes	baguettes bleues
C_1 -> (mesures)	①→ 15 cm et 1 ½ mm ②→ 6 cm 5 mm ③→ 8 mm
Calcul de la somme	① 15 cm 1½ 6 cm 5 8 ――――― 22 cm 4½
C_2 -> (mesure des 3 baguettes collées bout à bout)	22 cm 6 mm
F_1 -> (mesures)	8 mm 6 cm 5 mm 15 cm 1 mm ½
Calcul de la somme ->	22 cm 4 mm ½
F_2 -> (mesure des 3 baguettes collées bout à bout)	22,6 cm (*)

(*) Les enfants ne font aucun commentaire sur cette écriture : 22,6 cm alors que la virgule n'a pas encore été introduite. (L'enseignant ne fait aucun commentaire lui non plus à ce sujet). Ils remarquent seulement que F_2 et C_2 trouvent la même chose. Ils vérifient le calcul de la somme du groupe F_1 et déclarent qu'il est correct.

.../...

Les résultats des deux groupes C_1 et C_2 ne concordent pas. Comme pour les baguettes jaunes, l'enseignant et les enfants vérifient les mesures. Mais ils sont tous d'accord, ici aussi, pour dire que le calcul de la somme par le groupe C_1 est correct.

L'examen des résultats des groupes B et D est remis à la séance suivante. Pourtant, l'enseignant demande encore aux enfants comme ils ont calculé les sommes.

V. STRATEGIES POUR CALCULER LA SOMME

Il y en a deux :

1) Stratégie 1 :

Les enfants ont d'abord ajouté le nombre des millimètres et ont naturellement retenu 1 au rang des centimètres.

2) Stratégie 2 :

. Ils ont ajouté le nombre des millimètres :

Exemples : groupe A_1 :

7 + 3 + 6 = 16 -> 16 millimètres

. Ils ont ajouté le nombre des centimètres :

12 + 9 + 3 = 24 -> 24 centimètres

. Puis ils ont transformé : 16 mm = 1 cm et 6 mm.

24 cm + 1 cm = 25 cm

ce qui fait 25 cm et 6 mm.

VI. RESULTATS

L'activité s'est révélée très facile pour les enfants qui ont travaillé vite. Ils n'ont eu aucune difficulté et tous ont trouvé un résultat. L'enseignant en a profité pour discuter avec les enfants au sujet de la prévision des mesures avec le double-décimètre.

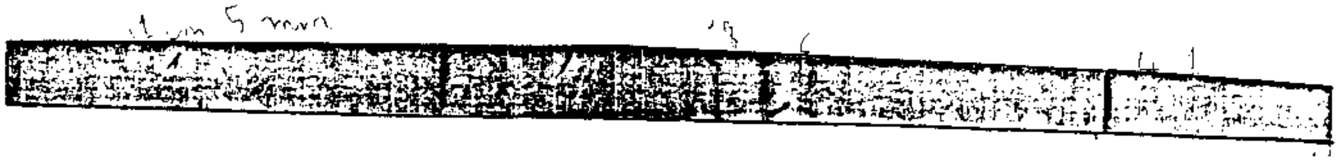
11 cm 5 mm

8 cm 6 mm
4 cm 1 mm

11 cm + 8 cm + 4 cm = 23 cm
6 mm + 5 mm + 1 mm = 12 mm

24 cm 2 mm

D1



~~24 décimetre~~ 3 ~~1 centimètre~~
20 décimetre 4 centimetre 3 millimetre

D2

Emeric et Marianne

bleue

① 15 c et 1 ½ mm
② 6 c 5 mm
③ ~~7~~ 8 mm

$$\begin{array}{r} \overset{1}{1}5\ c\ 1\tfrac{1}{2} \\ +\ 6\ c\ 5 \\ +\ 8 \\ \hline 22\ c\ 4\tfrac{1}{2}\ mm \end{array}$$

~~22 et 6~~ 22 cm et 6 mm

bleue

Jaune

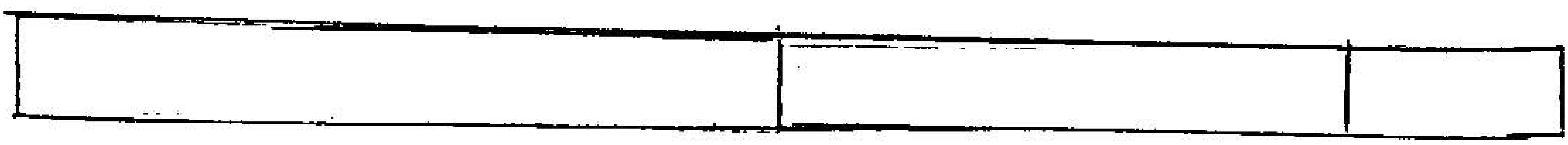
A1

12 cm 7 mm

9 cm 3 mm

3 cm 6 mm

total : 25 cm 6 mm

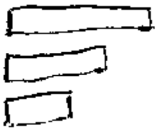


A2

25cm et 6cm

Jaune

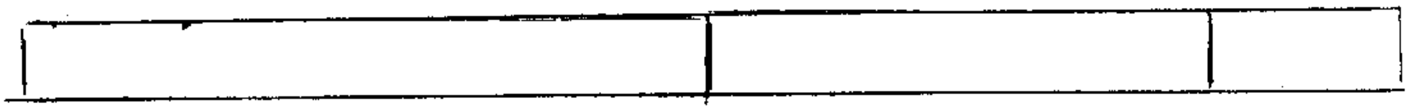
12 cm et 6 mm
9 cm et 2 mm
3 cm et 5 mm



on prévoit 25 cm et 3 mm

E1

E2



25 cm 4 mm

LA MESURE : 18ème ACTIVITE

LES MESURES DE LONGUEUR : INTRODUCTION DE LA VIRGULE

* * *

I. REPRISE DE L'ACTIVITE : SOMME DES LONGUEURS

Examen des résultats des équipes B et D : baguettes vertes.

1) Consigne : "hier, nous n'avons pas eu le temps de vérifier les résultats des équipes B et D. Nous allons donc terminer aujourd'hui. Je vais marquer ces résultats sur le tableau".

2) Déroulement : L'enseignant inscrit sur le tableau, comme dans la séance précédente, les résultats trouvés par les enfants.

Groupes		Baguettes vertes
		①
B_1	->	8 cm 7 mm
(mesures)		11 cm 5 mm
		1 cm 1 mm(*)
Calcul de la somme	->	21 cm 3 mm
B_2	->	24 cm 3 mm
(mesure des 3 baguettes collées bout à bout)		
D_1		
(mesures)	->	11 cm 5 mm
		8 cm 6 mm
		4 cm 1 mm

.../...

Calcul de la somme ->	11 cm + 8 cm + 4 cm = 23 cm 6 mm + 5 mm + 1 mm = 12 mm 24 cm 2 mm
D_2 (mesure des 3 baguettes -> collées bout à bout)	20 décimètres 4 centimètres 3 millimètres

* la mesure 1 cm 1 mm donnée par le groupe B_1 ne correspond à aucune baguette verte. Les enfants eux-mêmes n'ont pas su donner d'explication. Tous ont supposé que ce groupe n'avait pas mesuré la "bonne baguette".

Cependant, la somme a tout de même été vérifiée et déclarée exacte.

3) Examen des résultats des groupes D_2 et B_2

a) Dès que l'enseignant attire l'attention sur ces deux résultats, les enfants protestent et disent que leurs camarades du groupe D_2 se sont trompés : ils disent que ce n'est pas 20 décimètres mais 2 décimètres. Les enfants du groupe D_2 sont indécis. L'enseignant propose alors de reprendre la feuille sur laquelle ils ont collé les baguettes et leur demande de mesurer la longueur totale devant leurs camarades avec leur double-décimètre. Ils s'aperçoivent immédiatement de l'erreur qu'ils ont faite et demandent à rectifier leur résultat. L'enseignant écrit donc sur le tableau :

2 décimètres 4 centimètres 3 millimètres

et il demande aux enfants de comparer les écritures obtenues par le groupe B_2 et par le groupe D_2.

b) Comparaison des écritures

24 cm et 3 mm

2 décimètres 4 cm et 3 mm

Un enfant dit immédiatement que ces deux écritures

.../...

désignent la même longueur et il propose de mettre le signe "égal" entre elles. Aussitôt un autre enfant dit : "on aurait pu écrire aussi 243 mm !"

Quelques enfants sont perplexes et un débat s'instaure dans la classe. L'enfant qui avait décrété l'égalité des deux premières écritures affirme qu'il peut prouver ce qu'il a dit. Il vient donc au tableau et écrit :

24 cm = 240 mm

2 dm 4 cm = 20 cm + 4 cm = 24 cm = 240 mm

sans tenir compte des 3 mm qu'il y avait dans les deux premières écritures.

Comme les enfants ont tous l'air convaincu, l'enseignant leur demande d'écrire les sommes trouvées au cours de la séance précédente de plusieurs manières différentes :

25 cm 6 mm (groupe A_2)

22 cm 6 mm (groupe C_2)

24 cm 3 mm (groupe B_2)

c) Chacun travaille sur son cahier de brouillon. Au bout de quelques instants de recherche, il envoie des enfants au tableau, à tour de rôle, écrire ce qu'ils ont trouvé :

25 cm 6 mm = 2 dm 5 cm 6 mm = 256 mm
22 cm 6 mm = 2 dm 2 cm 6 mm = 226 mm
24 cm 3 mm = 2 dm 4 cm 3 mm = 243 mm.

II. CHOIX D'UNE SEULE UNITE

a) Consigne : "Voici une nouvelle longueur de baguette : 2 dm 5 mm. Sauriez-vous l'écrire en n'utilisant qu'une seule unité, le décimètre par exemple ?"

b) Déroulement : Les enfants cherchent sur leur cahier de brouillon et lorsque tous ont trouvé une écriture, l'enseignant arrête la recherche et recueille les résultats qu'il marque sur le tableau.

c) Recensement des écritures : il y en a 3 différentes, presque tous les enfants ont écrit : 2 dm 5
quelques-uns ont écrit : 2 dm 05
ou 2 dm 50

.../...

Débat : "Quelle est de ces trois écritures, celle qui correspond à la mesure donnée et comment le prouver ?"

Alors les enfants proposent de convertir en millimètres l'écriture donnée par l'enseignant :

2 dm 5 mm -> 2 dm = 200 mm
200 mm + 5 mm = 205 mm

Comme dans le paragraphe I(C), 205 mm est décomposé en :

205 mm = 2 dm 0 cm 5 mm

C'est donc l'écriture 2 dm 05 qui est correcte.

d) L'enseignant propose aux enfants d'écrire les deux mesures suivantes :

1 m 3 cm 5 mm
et 1 m 12 mm
en n'utilisant qu'une seule unité :

d'abord le mètre
puis le décimètre

Les enfants cherchent individuellement. L'enseignant procède ensuite à une correction collective en faisant chaque fois prouver par les enfants que l'écriture est correcte. La preuve utilisée est, bien entendu, les conversions en mm :

Exemple : 1 m 3 cm 5 mm = 1 m 035
1 m = 1000 mm
3 cm = 30 mm
5 mm 5 mm
1035 mm
1035 mm = 1 m 0 dm 3 cm 5 mm

III. INTRODUCTION DE LA VIRGULE

1) Cette information est apportée par l'enseignant à partir du premier exemple : 2 dm 5 mm.
"Comment l'avons-nous écrit en n'utilisant que le dm comme unité ?"

.../...

Un enfant vient écrire au tableau :

2 dm 5 mm = 2 dm 05

L'enseignant dit alors aux enfants qu'on l'écrit :

2,05 dm ou dm : 2,05

L'unité s'écrit soit au début, soit à la fin.
La virgule indique le rang de l'unité.

Exemple : 2,05 dm signifie que l'on a choisi le décimètre pour unité et qu'il y a 2 dm.

2) L'enseignant propose d'autres mesures sur le tableau et les enfants viennent à tour de rôle écrire ces mesures avec une virgule :

25 cm 6 mm : unité choisie : le cm ->
unité choisie : le dm ->
unité choisie : le m ->

Même chose avec :
14 m 4 cm

e) Remarque : Les enfants sont très contents d'avoir appris à écrire les nombres avec une virgule. Beaucoup évoquent les prix qu'ils ont vus dans les magasins et ils réclament d'autres exercices.

IV. RESULTATS

Il est évident que les enfants ne maîtrisent pas encore l'emploi de la virgule (malgré l'enthousiasme qu'ils ont manifesté et le désir d'écrire beaucoup de mesures avec une virgule).

Il faudra encore un grand nombre d'activités dans des domaines différents (prix, poids,... plus tard capacités) pour obtenir cette maîtrise.

LA MESURE : 19ème ACTIVITE

ECRITURE DES MESURES DECIMALES :
MESURES DE LONGUEUR
MESURES DE POIDS

* * *

I. RAPPEL :

L'enseignant fait rappeler aux enfants ce qu'ils ont appris au cours de la séance précédente.

Tous, évidemment se souviennent de la virgule dont l'introduction a été, pour eux, un évènement.

1) Consigne : "Vous allez essayer d'écrire les mesures suivantes en utilisant une seule unité, et si vous savez, en utilisant aussi la virgule. Voici ces mesures :

4 m 3 cm -> en m

12 m 8 dm 4 mm -> en m
-> en dm

2) Déroulement :

Les enfants travaillent seuls sur leur cahier de brouillon. Lorsque tous ont terminé, l'enseignant procède à une correction collective sur le tableau en rappelant encore - que l'unité choisie (ici le m et le dm) est mentionnée soit avant le nombre, plus souvent après
- que la virgule indique le nombre de ces unités

La correction se fait en deux étapes :

. d'abord, les mesures sont écrites sans la virgule :
ex : 4 m 3 cm -> 4 m 03
12 m 8 dm 4 mm -> 12 m 804
-> 128 dm 04

. La virgule est introduite ensuite

.../...

4 m 03 = 4,03 m = m : 4,03

12 m 804 = 12,804 m = m : 12,804

128 dm 04 = 128,04 dm = dm : 128,04.

Il est bien évident que beaucoup d'enfants se trompent encore et qu'il faudra encore plusieurs séances avant d'obtenir la maîtrise de ces écritures décimales et de les utiliser sans hésitation.

II. ECRITURES DECIMALES DE POIDS

1) Consigne : "Voici une mesure de poids : 5 hg 3 g. Sauriez-vous l'écrire en n'utilisant qu'une seule unité, comme vous l'avez fait pour les mesures de longueur ?"

2) Déroulement :

Comme dans l'exercice précédent, les enfants travaillent seuls sur leur cahier de brouillon. Lorsque tous ont terminé, l'enseignant leur demande ce qu'ils ont trouvé et les différentes écritures sont inscrites sur le tableau :

5 hg 3
5 hg 03
5hg 030

L'enseignant propose alors un débat pour que chacun puisse défendre son point de vue. Il reste neutre, bien entendu. Tout de suite, l'écriture 5 hg 3 est rejetée par les enfants. La deuxième écriture : 5 hg 03 ayant été majoritaire, c'est la troisième écriture qui est examinée ensuite.

Ici, les opinions sont très diverses : certains disent qu'elle est fausse, d'autres pensent qu'elle est correcte mais qu'elle ne correspond pas au poids qui était donné, enfin les autres affirment qu'elle est juste. L'enseignant demande alors une preuve.

Un enfant propose de transformer en grammes : il vient au tableau et écrit :

.../...

5 hg 03	et	5 hg 030
↓		↓
503 g		503 g 0 dg

5 hg 3 g = 503 g

Tous comparent les résultats et un autre enfant s'exclame alors : "c'est juste ! on aurait pu aussi mettre un "0" devant pour montrer qui'l y a 0 kg !"

L'enseignant demande alors aux enfants s'ils sauraient écrire cette mesure avec une virgule :

5 hg 03

ce qui est fait aussitôt : 5 hg 03 = 5,03 hg. Chaque fois, il faut rappeler et insister sur le fait que l'unité choisie est ici l'hectogramme et qu'il y en a 5.

3) Autres exercices proposés :

2 kg 4 dag 5 g en kg

3 kg 12 hg 5 dag en kg

Les enfants travaillent seuls. Les exercices seront ensuite corrigés sur le tableau, toujours en deux étapes :

- d'abord on ne garde qu'une unité : le kg
- ensuite on met la virgule.

III. LES MULTIPLES DU METRE

1) Avant de terminer la séance, l'enseignant introduit les multiples du mètre :
"Connaissez-vous une autre unité de mesure de longueur ?"

Immédiatement, les enfants pensent au kilomètre. Ils savent que 1 kilomètre = 1000 mètres et font le rapprochement avec 1 kilogramme = 1000 grammes. L'enseignant ajoute alors à la liste, qu'il fait à mesure sur le tableau, l'hectomètre (hm) et le décamètre (dam) qui sont aussitôt rapprochés et comparés à l'hectogramme et au décagramme.

2) Il donne enfin le vocabulaire :
"le décimètre est dix fois plus petit que le mètre : on dit que c'est le dixième du m.

.../...

Le centimètre est cent fois plus petit que le mètre : on dit que c'est le centième du m.
Le millimètre est mille fois plus petit que le mètre : on dit que c'est le millième du m.

3) Que représente le mètre par rapport au kilomètre ?
et le décamètre par rapport à l'hectomètre ?... etc

IV. RESULTATS

Ces notions de dixièmes, centièmes, millièmes, ne font pas l'objet d'une étude systématique. Elles seront utilisées chaque fois que l'enseignant le jugera utile ou possible : pour les mesures de poids, par exemple. Elles ont été introduites par l'enseignant, uniquement, pour une familiarisation avec le vocabulaire.

Les écritures décimales ne sont pas encore acquises par tous les enfants. Il faudra encore trois séances d'exercices pour qu'ils les utilisent sans trop d'erreurs et de difficultés.

LA MESURE : 20ème ACTIVITE

MESURES DECIMALES DE LONGUEURS ET DE POIDS : EXERCICES (1ère séance)

* * *

I. RAPPEL

1) Consigne : "Vous allez écrire les deux mesures suivantes - en utilisant une seule unité - puis en mettant une virgule".

12 m 45 cm -> en utilisant seulement le dm
3 hg 8 g -> en utilisant seulement l'hg

2) Déroulement

Ces exercices sont faits sur le cahier de brouillon et corrigés collectivement sur le tableau en rappelant toujours - que l'unité choisie est inscrite après ou avant le nombre - et que la virgule indique le nombre de ces unités.

12 m 45 cm = 124 dm 5 cm = 124,5 dm
3 hg 8 g = 3 hg 08 = 3,08 hg

3) Autres exercices d'entraînement

. 3 km 2 hm -> utiliser le m pour unité
puis utiliser le dam pour unité
puis " l'hm pour unité
puis " le km

. 2 kg 3 g -> utiliser le dag pour unité
" l'hg pour unité.

Ces mesures sont données une par une, écrites sur le cahier de brouillon et corrigées aussitôt. Il est possible ainsi de repérer

.../...

les enfants qui n'ont pas encore compris, ainsi que les difficultés qui se présentent.

II. EXERCICES SUR LE CLASSEUR (ou le cahier de classe)

Chaque enfant est maintenant confronté seul avec les difficultés de l'exercice. Il doit faire tous les exercices sans interruption (comme un contrôle).

1) Choisis le cm pour unité :

12,75 m =	1,75 dm =
2 dam 8 cm =	1458 mm =
4,7 m =	0,7 dm =

2) Choisis l'hg pour unité :

3,05 kg =	25 g =
1457 g =	3,75 dag =

Ces exercices seront corrigés au début de la séance suivante.

LA MESURE : 21ème ACTIVITE

MESURES DECIMALES DE LONGUEURS ET DE POIDS

EXERCICES (2ème séance)

* * *

I. CORRECTION DES EXERCICES données au cour de la séance précédente.

Cette correction est faite collectivement. L'enseignant envoie au tableau les enfants dans les copies desquelles il a relevé le plus d'erreurs.

Cette activité donne l'occasion de rappeler les principales unités de longueur et de poids, les relations qui existent entre elles (ex. le dm est le centième du dam, le kg est 10 fois plus grand que l'hg...), le rang qu'elles occupent les unes par rapport aux autres. Inlassablement, l'enseignant rappelle aussi la place de la virgule, sa signification.

Exemple : . 12,75 m signifie que l'on a pris le mètre pour unité, et que l'on a mesuré 12 m. Il reste 75 cm ou 7 dm et 5 cm.

Si on choisit le cm pour unité, la virgule doit indiquer le nombre de cm, ici, 1275, cm.

L'enseignant fait remarquer, que dans ce cas, on peut supprimer la virgule puisqu'il n'y a pas d'autre chiffre après 1275 cm.

Donc 12,75 m = 1275 cm.

La signification est ainsi rappelée pour chacune des meusres données.

. Certains enfants décomposent les mesures :

12,75 m -> 12 m 75 cm

10 m + 2 m + 75 cm

1000 cm + 200 cm + 75 cm = 1275 cm.

3,05 kg = 3 kg 0 hg 5 dag

30 hg 0 hg 5 dag

30 hg 5 dag = 30,5 hg.

.../...

II. APPORT D'INFORMATION

Pour éviter la lassitude, l'enseignant coupe cette activité par un apport d'information : il faut que les enfants (particulièrement ceux qui ont bien compris et manipulent les mesures sans difficulté ni erreur) aient l'impression qu'ils apprennent quelque chose de nouveau. Il ajoute donc à la liste des mesures de poids le quintal et la tonne. Ces unités sont rangées dans l'ordre croissant, ce qui amène à l'élaboration d'un tableau dans lequel les enfants, aidés de l'enseignant, vont placer toutes les unités maintenant connues :

Unités de poids	tonne	quintal		kg	hg	dag	g	dg	cg	mg

Ce travail se fait collectivement : les enfants viennent à tour de rôle écrire les unités qu'ils connaissent et les placer les unes par rapport aux autres.

L'élaboration du tableau se fait donc progressivement. C'est, au fur et à mesure des propositions d'enfants que sont placées les unités. Les unités consécutives ne sont pas forcément placées les premières. En général, les enfants pensent d'abord au gramme et au kilogramme, puis placent les autres ensuite. Lorsque toutes les unités sont bien rangées les unes par rapport aux autres, l'enseignant demande aux enfants quelles relations existent entre elles, et il ajoute sur le tableau les opérateurs : $\xrightarrow{x10}$, $\xrightarrow{:100}$ etc...

Les enfants remarquent aussitôt que ce tableau fonctionne comme celui du système de numération : chaque rang étant 10 fois plus grand que le précédent et 10 fois plus petit que le suivant.

Enfin, l'enseignant propose de marquer sur le même tableau les unités de longueur. Il procède de la même manière que pour les unités de poids. Quand un enfant propose ou se rappelle d'une unité, il vient la marquer à la bonne place.

On obtient donc le tableau suivant :

Unités de poids	t	q	10 kg	kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
Unités de longueurs				km	hm	dam	m	dm	cm	mm

Remarque : Il faudra un temps assez long pour que les enfants soient familiarisés avec le vocabulaire (particulièrement avec les mots : hecto-gramme, décagramme, décigramme)

L'enseignant utilise le tableau ainsi élaboré pour rappeler que le g est le dixième du dag, que le cm est le centième du m, que le kg est 100 fois plus grand que le décagramme, etc...)

III. AUTRES EXERCICES

1) L'enseignant propose ensuite d'autres exercices. Les enfants travaillent individuellement sur leur cahier de brouillon. Les exercices sont corrigés collectivement au tableau.

125 t = kg = hg

35 km 7 dam = m = dam = hm

2) Exercices faits sur le classeur :

Choisis le kg pour unité :

2,5 t = 25,5 qu =

6 q = 3 t 25 q =

Choisis le m pour unité :

25 dm 3 cm = 2 m 4 cm =

5,8 dam = 12,25 dam =

IV. RESULTATS

Les enfants se familiarisent peu à peu avec :

- le vocabulaire
- les relations entre unités
- le passage d'une unité à une autre

Il est nécessaire de varier les exercices, voire même d'introduire entre les séries d'exercices, des informations nouvelles qui permettent d'éviter la lassitude des enfants. Une autre séance d'exercices systématiques va être encore nécessaire.

LA MESURE : 22ème ACTIVITE

MESURES DECIMALES DE LONGUEURS ET DE POIDS : EXERCICES (3ème séance)

* * *

I. CORRECTION DES EXERCICES DE LA SEANCE PRECEDENTE

Ce sont les exercices donnés sur le classeur qui sont corrigés collectivement. L'enseignant envoie au tableau les enfants qui ont fait le plus d'erreurs.

Il recense toutes les méthodes utilisées par les élèves.

Certains continuent à décomposer les nombres :

Exemple : 2,5 t = 2 t 5 q

$$2 \text{ t} \downarrow 2000 \text{ kg} \qquad 5 \text{ q} \downarrow 500 \text{ kg}$$

2000 + 500 = 2500 -> 2500 kg

---

25 dm 3 cm

20 dm + 5 dm + 3 cm

2 m + 5 dm + 3 cm = 2,53 m.

D'autres commencent à utiliser les rangs : ce sont ceux qui ont bien compris maintenant le fonctionnement et la signification de la virgule :

2,5 t -> "2" indique le nombre de tonnes
"5" indique le nombre de quintaux
Il faut 2 zéros pour arriver aux kg
donc 2,5 t = 2500 kg

.../...

25 dm 3 cm : "5" est au rang des dm
"2" est au rang des m.

La virgule doit donc être après le 2 puisqu'il y a 2 m.

25 dm 3 cm = 2,53 m

L'enseignant ne privilégie aucune des deux méthodes. Les enfants continueront à utiliser celle qui leur paraît la plus sûre.

II. AUTRES EXERCICES PROPOSES

12 q =	kg =	t =	hg
18 m 11 dm =	m =	dm =	dam

Ceux-là sont faits sur le brouillon et l'enseignant en ajoute autant que les enfants peuvent en faire sans se lasser.

LA MESURE : 23ème ACTIVITE

COMPARAISON DES MESURES DECIMALES

* * *

I. COMPARAISON DE DEUX MESURES DECIMALES

1) Consigne : "je vais écrire 2 mesures sur le tableau et vous devrez écrire sur votre cahier de brouillon celle que vous pensez être la plus petite.

Voici les deux mesures :

9 dm et 8,65 dm".

2) Déroulement :

. Les enfants réfléchissent un instant et écrivent sur leur cahier la mesure la plus petite (du moins celle qu'ils croient être la plus petite)

. L'enseignant relève les résultats (sans faire de commentaire, sans valider) : la moitié des enfants a bien prévu, l'autre moitié s'est trompée.

. Il affecte un air perplexe et demande aux enfants de réfléchir à un moyen de prouver que ce qu'ils ont prévu est juste.

3 propositions sont faites :

a) On dessine sur le tableau 2 segments, l'un de 9 dm, l'autre de 8,65 dm et on les compare.

b) On écrit ces deux mesures en les décomposant.

c) On réécrit ces deux mesures en utilisant l'unité la plus petite.

3) Vérification

L'enseignant propose aussitôt de faire cette vérification.

a) Première vérification : Un enfant vient au tableau et dessine un segment de 9 dm à l'aide de la grande règle en bois (1 m).

.../...

Un deuxième enfant vient au tableau et dessine un segment de 8,65 dm sous le premier en prenant bien soin de repérer l'origine de ce dernier. Pour faire cette mesure, il est obligé de décomposer 8,65 dm de la manière suivante :

8 dm 6 cm 5 mm.

Les deux segments sont comparés : c'est celui de 8,65 dm le plus petit.

b) Deuxième vérification : L'enseignant envoie au tableau l'enfant qui avait proposé la deuxième vérification. Il écrit les deux mesures :

9 dm
8 dm 6 m 5 mm

Une fillette dit alors :
"9 dm c'est plus que 8 dm, il y a 1 dm de différence ou 10 cm
6 cm et 5 mm c'est plus petit que 10 cm.
Donc 8,65 dm est plus petit que 9 dm !"

La classe entière est convaincue.

c) Troisième vérification : L'élève qui avait fait la proposition (c) vient à son tour au tableau. Il dit qu'il va écrire ces 3 mesures en mm :

9 d = 900 mm
8 dm 6 cm 5 mm = 800 mm + 60 mm + 5 mm = 865 mm.

II. COMPARAISON DE DEUX AUTRES MESURES DECIMALES

1) Consigne : "Je vous donne deux autres mesures. Vous allez prévoir quelle est la plus grande et vous allez réfléchir à une preuve qui convaincra ceux de vos camarades qui ne seront pas d'accord avec vous. Voici ces mesures :

1,5 dam et 1,3527 dam".

2) Déroulement :

L'enseignant procède comme précédemment : il laisse aux enfants le temps de réfléchir, d'écrire sur leur cahier la mesure la plus grande et de prouver qu'ils ont bien deviné. Il relève les résultats, puis il va demander aux enfants de vérifier. Les procédés indiqués dans le paragraphe I sont encore utilisés.

.../...

a) Première vérification :

. Un enfant vient au tableau et écrit :

1,5 dam = 1 dam 5 m

"ça fait 15 m, crient plusieurs autres ; on ne pourra pas le dessiner au tableau".
"même pas dans la classe !" dit un autre.
"on pourrait essayer dehors !"

Alors trois enfants vont mesurer 15 m à l'extérieur à l'aide du double-décamètre en ruban.

. Un autre enfant vient décomposer la 2ème mesure avec l'intention de mesurer

1,3527 dam = 1 dam 3 m 5 dm 2 cm 7 mm.

A ce moment-là, tous les enfants interviennent pour dire que cette mesure est plus petite, que ce n'est pas la peine d'aller mesurer à l'extérieur.

L'enseignant demande des explications :
"Il y a 1 dam dans les 2 mesures,
dans la première, il y a 5 m en plus
et dans la deuxième 3 m 5 dm 2 cm 7 mm.

Si on compte les mètres, il y a 2 m en plus dans la première - et 5 dm 2 cm 7 mm, c'est plus petit que 2 m !

b) Deuxième vérification :

. Les enfants sont convaincus. Ils ne proposent pas comme dans la première comparaison, de transformer les deux mesures en utilisant l'unité la plus petite. C'est l'enseignant qui leur demande d'essayer. Ce sont deux enfants qui viennent, l'un après l'autre, au tableau et écrivent :

1,5 dam = 15 m
1,3327 dam = 13527 mm.

Ils s'aperçoivent alors que la première mesure peut être encore transformée en mm :

.../...

1,5 dam = 15 m = 15000 mm.

La preuve est faite : c'est bien la première mesure la plus grande !

Il n'est plus besoin maintenant de dessiner les segments !

III. AUTRE COMPARAISON

a) Le déroulement est exactement le même que dans les deux comparaisons précédentes (le mesurage en moins, bien entendu)

2,325 hg et 2,7 hg

Les enfants prévoient : 3 seulement sur 27 font une prévision fausse.

b) Vérification

2,325 hg = 2 hg 3 dag 2 g 5 dg

2,7 hg = 2 hg 7 dag

. Certains enfants font le même raisonnement que précédemment : le nombre d'hg est le même. Mais dans la 2ème mesure, il y a 7 dag, dans l'autre 3, ce qui fait 4 dag de différence et 2 g 5 dg est plus petit que 1 dag ou 10 g.

Donc la 2ème mesure est plus grande.

. D'autres enfants ont écrit ces deux mesures en dg.

2,325 hg = 2 hg + 3 dag + 2 g + 5 dg

↓ + ↓ + ↓ + ↓

2000 dg 300 dg 20 dg 5 g

2325 dg

2,7 hg = 2 hg + 7 dag

2000 dg + 700 dg

2700 dg

Lors de cette dernière vérification, certains enfants ont eu des difficultés pour transformer 2 hg et 3 dag en décigrammes ! L'enseignant leur a proposé d'utiliser le tableau des mesures, élaboré la veille, ce qui leur a paru être une révélation ! Quelques-uns d'entre eux vont dorénavant utiliser systématiquement le tableau pour être sûrs de ne pas se

.../...

kg	hg	dag	g	dg
	2	0	0	0
		3	0	0
			2	0
				5

tromper. Beaucoup pensent que c'est inutile, trop long, et qu'on peut énumérer les unités !

Un enfant fait remarquer que l'on aurait pu vérifier avec la balance et les poids mais les autres disent que ce n'est pas la peine, que ce serait trop long aussi.

IV. RESULTATS

Tous les enfants savent comparer deux mesures décimales. Chacun reste libre d'utiliser la méthode qui lui convient le mieux. Les preuves sont maintenant toutes intellectuelles :

- soit la décomposition et la comparaison rang par rang
- soit la transformation dans l'unité la plus petite (de manière à ne plus avoir de virgule)
- soit l'utilisation du tableau

Ils ne proposent plus de mesurer, ni de peser.

LA MESURE : 24ème ACTIVITE

L'ORDRE DANS LES MESURES DECIMALES

* * *

I. RANGEMENT DE PLUSIEURS MESURES DECIMALES

1) Consigne : "Aujourd'hui, je vous donne plusieurs mesures. Vous les écrirez sur votre cahier de brouillon de la plus petite à la plus grande et vous réfléchirez au moyen de prouver que votre rangement est correct. Voici les mesures :

3 m ; 2,495 m ; 2,5 m ; 2,57 m"

2) Déroulement :

Les enfants travaillent individuellement sur leur cahier de brouillon. L'enseignant qui passe près des enfants, relève les erreurs qu'il voit (mais il n'intervient pas). La plus courante est celle-ci :

3 m ; 2,5 m ; 2,57 m ; 2,495 m

les enfants assimilent les mesures décimales aux mesures entières et les rangent en tenant compte du nombre de chiffres. Dès que tous ont terminé, on procède à une correction collective. Un enfant vient au tableau et l'enseignant lui demande quelle méthode il a utilisée.

1ère méthode - décomposition :

2,5 m = 2 m 5 dm
2,57m = 2 m 5 dm 7 cm
2,495 m = 2 m 4 dm 9 cm 5 mm
3 m = 3 m

Le nombre de "mètres" est d'abord comparé : 2, 2, 2 et 3.

Les enfants disent que le plus grand nombre de mètres est "3", ce qui fait 1 m ou 10 dm de plus que dans les autres mesures. Mais il faut tenir compte de 5 dm
5 dm 7 cm
et 4 dm 9 cm 5 mm

.../...

et savoir si c'est plus petit ou plus grand que 10 dm. Pour la majorité des enfants, il est évident que c'est plus petit. Pour quelques-uns, la transformation en mm est nécessaire :

5 dm = 500 mm.

5 dm 7 cm = 570 mm

4 dm 9 cm 5 mm = 495 mm

et 10 dm = 1000 mm !

Il n'y a pas de doute : la plus grande de ces mesures est 3 m !

Quoique convaincus par le raisonnement précédent, beaucoup d'enfants sont troublés. Il leur est difficile d'admettre que 3 m est plus grand que 2,495. Le modèle des entiers est très fort et les gêne beaucoup dans leur conviction ! Très vite ensuite, ils voient, grâce à la transformation, que 5 dm est plus petit que les deux autres mais surtout que 4 dm 9 cm 5 mm est plus petit que 5 dm 7 cm.

2ème méthode : transformation en utilisant l'unité la plus petite.

Certains enfants ont transformé toutes les mesures en millimètres :

5 m = 3000 mm

2,495 m =2495 mm

2,5 m = 2500 mm

2,57 m = 2570 mm

La comparaison est facile et dans ce cas, le rangement est correct.

II. AUTRE EXERCICE : rangement de plusieurs mesures décimales et règle de rangement.

1) Consigne : "Voici d'autres mesures que vous allez ranger de la plus grande à la plus petite :

5,5 hg ; 5,310 hg ; 5,0945 hg.

Lorsque vous aurez terminé, vous essaierez de trouver une règle qui permette de ranger très vite dans un ordre croissant ou décroissant n'importe quelles mesures. Vous écrirez cette règle sur votre cahier de brouillon et vous l'éprouverez sur deux autres mesures :

2,325 kg et 2,7 kg"

.../...

2) Déroulement :

Les enfants travaillent individuellement. Beaucoup ont terminé très vite et font quelques essais de rédaction d'une règle sur leur cahier de brouillon. Généralement, ils savent ce qu'il faut faire mais ils ont des difficultés pour l'exprimer clairement.

3) Correction :

L'exercice est corrigé rapidement sur le tableau par un élève (3 seulement sur 27 se sont trompés) puis l'enseignant demande s'ils ont trouvé une stratégie. Deux sont proposées par les enfants :

- transformer dans l'unité la plus petite, ici le centigramme :
5,5 hg = 55000 cg
5,310 hg = 53100 cg
5,0945 hg = 50945 cg.

Quelques enfants proposent de comparer d'abord le nombre des unités (l'enseignant fait préciser comment ils trouvent ce nombre).

Si ces nombres sont différents, la mesure la plus grande (ou la plus petite) est celle dont le nombre des unités est le plus grand (ou le plus petit).

Ils disent alors que ce n'est pas la peine de regarder les nombres qui sont après la virgule (ils rappellent l'exercice précédent).

Si le nombre des unités est le même (comme c'est le cas dans cet exercice), ils disent qu'il faut comparer les chiffres qui sont tout de suite après la virgule et ainsi de suite.

Cette règle est marquée sur le tableau par l'enseignant au fur et à mesure de son élaboration.

Quelques enfants n'ont pas compris.
L'enseignant fait venir au tableau un de ceux qui a trouvé la règle pour l'éprouver sur les deux dernières mesures :

2,325 kg et 2,7 kg.

L'enfant cherche et compare les unités : "2" dans chacune des mesures. Il examine ensuite les chiffres du rang des hectogrammes :"3" et "7". Il affirme que 2,7 kg est plus grand que 2,325 kg et dit que ce n'est pas la peine de continuer. Pour les quelques enfants qui ont encore du mal à comprendre cette comparaison, l'enseignant fait faire la transformation :

.../...

2,325 kg = 2325 g

2,7 kg = 2700 g

(Presque tous ont vu qu'il suffit d'ajouter des zéros au nombre qui a le moins de chiffres pour avoir le même nombre de chiffres après la virgule)

Il fait écrire : 2,7 kg > 2,325 kg.

Exercice sur le classeur

L'enseignant donne des mesures à ranger sur le classeur (ou cahier de classe). Il précise aux enfants qu'ils peuvent utiliser la règle qu'ils ont découverte et qui reste écrite sur le tableau.

Range dans un ordre croissant les mesures suivantes :

25,04 km - 24,999 km - 25,12 km - 25,1 km - 25,009 km

L'exercice sera corrigé en début de la séance suivante.

IV. RESULTATS

Presque tous les enfants savent ranger les mesures décimales. Mais beaucoup encore, pour plus de sûreté, transforment les mesures dans l'unité la plus petite.

Pour privilégier l'autre méthode, l'enseignant pourra, dans les séances qui suivent, instaurer des courses de vitesse entre équipes pour ranger des mesures décimales. Peu à peu, tous les enfants utiliseront la méthode de rangement la plus rapide : comparaison des chiffres rang par rang.

LA MESURE : 25ème ACTIVITE

L'ORDRE DANS LES MESURES DECIMALES

* * *

I. CORRECTION DE L'EXERCICE FAIT SUR LE CLASSEUR au cours de la séance précédente.

L'enseignant envoie au tableau un enfant dans la copie duquel il a trouvé des erreurs. Il demande quelle stratégie il a utilisée. Au cours de cette correction, les deux stratégies énoncées la veille sont appliquées tour à tour et comparées :

- rangement par la comparaison des unités, des dixièmes, des centièmes...
- rangement par la transformation dans l'unité la plus petite qui permettra de n'avoir à comparer que des mesures entières.

Les enfants sont tous bien conscients que c'est la première de ces stratégies la plus rapide.

II. EXERCICE DE RANGEMENT DE MESURES DECIMALES : course de vitesse.

Pour privilégier cette stratégie, l'enseignant donne un autre exercice à faire sur le brouillon.

1) Consigne : "Vous allez encore ranger des mesures. Mais cette fois, vous allez faire une course : les élèves qui préfèrent transformer les mesures vont utiliser cette méthode, les autres utiliseront l'autre méthode et nous verrons qui gagnera.

Il est évident que pour gagner, il faut avoir fini les premiers mais aussi avoir rangé correctement !"

Voici les mesures : 3,25 kg ; 3,148 kg ; 3,075 kg ; 3 kg ; 3,10 kg ; 3,1 kg."

2) Déroulement :

Les enfants travaillent par deux. Dès qu'un groupe a terminé, il lève la main pour que l'enseignant note le temps qu'il a mis.

.../...

Quand tous ont fini, la correction est faite sur le tableau par deux élèves en même temps :

. l'un applique une méthode (transformation)

. le deuxième applique l'autre méthode (comparaison rang par rang).

Les enfants peuvent comparer les vitesses respectives et il est évident que ceux qui ont gagné sont ceux qui ont utilisé la méthode de comparaison rang par rang.

III. RANGEMENT DE MESURES EXPRIMEES DANS DES UNITES DIFFERENTES

Pour que les enfants comprennent bien qu'une mesure est composée d'un nombre et d'une unité et que les deux éléments doivent être pris en compte, l'enseignant propose aux enfants de ranger des mesures qui ne sont pas exprimées dans la même unité.

1) Consigne : "Voici d'autres mesures que vous allez ranger de la plus petite à la plus grande :

2,09 m ; 2,35 m ; 2,7 dm ; 0,213 dam ; 237 cm"

2) Déroulement :

Les enfants travaillent individuellement sur leur cahier de brouillon.

L'enseignant ne doit faire aucune remarque, même si certains enfants manifestent quelque étonnement ou demandent des explications.

3) Comportements observés :

Beaucoup d'enfants ne tiennent absolument pas compte des unités et rangent uniquement les nombres, ce qui donne :

(a) 0,213 dam ; 2,09 m ; 2,35 m ; 2,7 dm ; 237 cm.

Quelques-uns seulement transforment dans la même unité avant de ranger.

4) Correction :

L'enseignant envoie au tableau un des élèves qui a fait le rangement (a) (paragraphe 3). Il ne fait aucun commentaire, n'approuve ni ne désapprouve. Il demande seulement à l'enfant qui est convaincu

.../...

d'avoir bien rangé les mesures : "tu es sûr ?"

Protestations timides de quelques élèves.

Alors, l'enseignant demande à deux autres enfants de venir dessiner sur le tableau deux segments :

- l'un de 0,213 dam
- l'autre de 2,7 dm

à l'aide de la grande règle.

La première mesure est décomposée en : 0 dam, 2 m, 2 dm, 3 cm et le segment est dessiné.

La deuxième mesure est décomposée : 2 dm 7 cm.
Quelques enfants manifestent et l'un dit que ce n'est pas la peine de dessiner le segment : on voit qu'il sera beaucoup plus court que l'autre puisqu'il y a 0 m et dans le premier 2 m !

Les trois autres mesures sont décomposées aussi et la comparaison se fait aussitôt.

Les enfants viennent de réaliser que l'unité aussi devait être prise en compte.

Aussitôt, ceux qui avaient transformé les mesures interviennent et veulent montrer ce qu'ils ont fait. L'un d'entre eux vient au tableau et écrit :

2,09 m ;	2,35 m ;	2,7 dm ;	0,213 dam ;	237 cm
|	|	|	|	|
2,09 m ;	2,35 m ;	0,27 m ;	2,13 m ;	2,37 m

Il range ensuite toutes ces mesures exprimées en mètres.
L'enseignant demande si on n'aurait pas pu les transformer dans une autre unité, le centimètre, par exemple avant de les ranger.

Un enfant vient faire les transformations et toute la classe constate que le rangement est le même.

IV. EXERCICE SUR LE CLASSEUR

Range ces poids du plus léger au plus lourd :
0,75 kg ; 7,198 hg ; 709 g ; 8 hg.

.../...

V. RESULTATS

Les enfants ont compris dans l'ensemble. Mais il est bien évident que l'enseignant devra leur proposer régulièrement des exercices différents pour qu'il acquièrent tous une plus grande maîtrise.

OPERATIONS DANS LES MESURES DECIMALES :

ADDITION, MULTIPLICATION PAR UN ENTIER, SOUSTRACTION

* * *

L'étude s'est poursuivie par des leçons classiques dans lesquelles les enfants se voyaient proposer des problèmes dont ils devaient trouver les solutions sans recourir à aucune manipulation. Les activités dont nous avons rendu compte jusque là étaient tout-à-fait suffisantes pour permettre à chacun des enfants de se représenter les situations évoquées et aux maîtres d'exiger les descriptions, les anticipations et les références concrètes nécessaires.

Ces activités ne sont pas publiées ici parce qu'elles figurent déjà dans notre ouvrage "Rationnels et décimaux dans la scolarité obligatoire" (N. et G. BROUSSEAU) : activités 1, 2, 3 du module 6.

Elles occupent, au cours moyen 1ère année, 5 séances : 26, 27, 28, 29 et 30.

Annexe

Problèmes de didactique de la mesure[1] *Guy Brousseau*

A/ Exemples de quelques difficultés importantes :

Le concept de mesure n'a été élucidé que très péniblement et très tardivement dans l'histoire de l'humanité. Il présente d'ailleurs encore des zones d'ombre (la mesure en sciences humaines par exemple). Or, c'est un concept très ancien et très universellement utilisé. On a donc tendance à le croire simple et par conséquent à refuser même de clarifier les difficultés rencontrées dans la pratique ou dans l'enseignement si cela implique de faire appel à des constructions mathématiques modernes ; les pédagogues raisonnent comme s'il existait un paradis originel où la mesure se comprendrait sans mystère avec des "idées concrètes". "La mesure" est un objet complexe comme nous allons l'entrevoir plus loin en énumérant les notions distinctes qu'il met en jeu. Mais son caractère universel et familier a conduit à une prolifération de termes compromis dans tant d'usages ambigus et anarchiques qu'il en résulte des contradictions culturelles rédhibitoires pour l'enseignement : Il n'est pas possible de faire coïncider des définitions mathématiques nécessaires et les usages. (Il suffit par exemple de penser aux différents sens des mots "surface" et "aire").

Ce caractère familier et primitif de la notion constitue donc un obstacle culturel presque infranchissable pour une clarification du concept selon les usages de la scolarité obligatoire. De nombreuses conceptions de la mesure se sont constituées en obstacles épistémologiques (par exemple, la commensuration contre le partage de l'unité) ou contre des obstacles épistémologiques (la structure d'algèbre de Boole des espaces mesurables s'établit contre la structure hiérarchique et univoque utilisée de préférence pour les communications). La genèse psychologique de la mesure chez l'enfant exige des expériences nombreuses et une maturation lente.

Or, la complexité de la réalisation effective des mesurages, les difficultés matérielles et conceptuelles attachées à ces pratiques de toutes sortes, ont conduit rapidement les enseignants à renoncer à la plupart des activités *effectives* de mesurage (en particulier celles qui sont difficiles à contrôler en situation scolaire) pour se cantonner dans des situations simplifiées ou métaphoriques et dans des activités de calcul. Cette circonstance, si elle tend à simplifier l'acte d'enseignement, ne favorise pas la maîtrise du concept de mesure ni la représentation des mathématiques comme moyen efficace et simplificateur pour la réalisation et le contrôle d'activités effectives.

B/ Complexité du concept de mesure :

Nous pouvons distinguer au moins huit "objets" distincts dans les problèmes de mesure:

1°) les objets "supports" des caractères à mesurer : objets concrets (une table, un oiseau) ou déjà "mathématisés" (un rectangle, sa "longueur", sa "largeur, en tant que segments, l'ensemble des points constituant sa surface) ou "conceptualisés" (par exemple une envergure).

2°) la grandeur, ***concept*** permettant d'appréhender "ce qui peut devenir plus grand ou plus petit", relativement à des objets (de type 1). La grandeur est un ensemble de propriétés communes à plusieurs ***(types de) grandeurs*** particulières : l'aire, la masse, la capacité, le début, par exemple.
(**Remarque** : la longueur et la largeur d'un rectangle sont des segments - objetsde type 1 - dont on peut apprécier la grandeur "longueur").

[1] Extrait d'un article publié dans « Grand N en 1992

Une structure mathématique (clan, tribu,...etc) explicite ces propriétés communes et décrit ce qui est susceptible de mesure, un ensemble mesurable : les objets (ensembles, évènements, segments, surfaces... etc) qui peuvent être l'objet d'une mesure au sens 4 ci-après. Elle énumère le genre d'opérations auxquelles doivent se prêter ces éléments (réunion, complémentation, intersection...) et s'il y a lieu, indique une invariance par rapport à certaines transformations (déplacements, découpages etc...) de façon à permettre des comparaisons.

3°) La $\boxed{\text{valeur particulière}}$ de cette grandeur, relative à un objet précis, sans tenir compte du système utilisé pour la quantifier, en particulier sans tenir compte des unités.

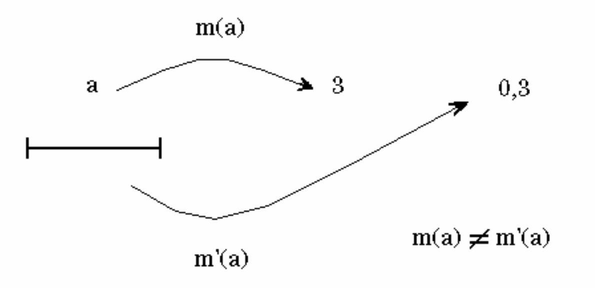
Exemples : la masse d'un corps envisagée par l'effet qu'elle produit dans un système physique, la longueur d'un segment en tant que place occupée dans l'espace.

Cette valeur peut être représentée par ***une classe d'équivalence*** (modulo la transformation évoquée en 2).

Exemples :
- la longueur d'un segment est alors la classe de tous les segments qui peuvent coïncider avec lui par des isométries (translation, rotation....)
- la classe d'équivalence des surfaces planes "superposables" par isométries constitue un surface quarrable.
- la classe d'équivalence des masses déterminée par une balance Roberval dont un plateau contient une charge fixe constitue une masse.

4°) Une $\boxed{\text{mesure}}$ (mesure-fonction) est une ***application*** additive et positive d'un ensemble mesurable dans R Elle fait correspondre à chaque élément d'un ensemble mesurable : un segment, une surface, un évènement, une masse...) un nombre réel positif.

En ce sens, l'unité, en tant que grandeur, change avec la mesure : c'est l'objet dont l'image est 1



5°) $\boxed{\text{la valeur de cette mesure}}$ (mesure-***image)*** d'un objet de (3) c'est le ***nombre*** positif (naturel, décimal, rationnel ou réel) que la mesure au sens (4) fait correspondre à un objet (2) auxquels on s'intéresse. Cette "mesure" ne porte aucune trace de l'application- mesure : 3 est seulement un nombre si on ne peut conserver cette trace que dans le contexte (3 est l'image par la mesure en centimètres de tel segment).

6°) la $\boxed{\text{mesure}}$ dite parfois $\boxed{\text{concrète}}$ ou nombre concret : ***couple*** formé par l'image au sens (5) (le nombre) et par la fonction (mesure au sens 4), représentée par une "unité"
Exemple : 3 cm   0,03 m

En tant qu'objet, un tel élément est identifiable avec une des classes d'équivalence (sens 2) : 3 cm est la même classe que 0,03 m alors que 0,03 ≠ 3. Mais sa forme lui confère des propriétés très utiles en physique et en pratique (traitement des équations aux dimensions).

7°) $\boxed{\text{Le mesurage}}$**.** Le mot désigne ***l'opération matérielle*** ou la méthode permettant de déterminer effectivement, pour un objet de type 1, ***un nombre et un intervalle*** (ou une famille d'intervalles) d'incertitude (ou de confiance)

. le mot désigne aussi son résultat (comme dans les § 4 et 5)

Exemple :- la longueur de la table est (tel segment a pour longueur) 1,35 m ± 0,002.
Les procédés qui permettent de mesurer l'épaisseur d'une tôle, la largeur d'une fissure, la distance entre deux murs sont des mesurages de longueur.

- la capacité de cette bouteille est 0,75 ± 0,01. La science du mesurage est la métrologie. Elle s'intéresse à la méthodologie de la mesure (du mesurage), à la détermination des erreurs des différents types, à l'effet de ces erreurs sur les résultats des calculs, à la détermination des étalons et des systèmes d'unités, à l'étude des appareils et des techniques de mesurages de grandeurs de toutes sortes (électriques, magnétiques, acoustiques, mécaniques, optiques, thermiques...). Elle a été pendant longtemps un objet important de l'enseignement primaire (1/5 du temps en 1947).

8°) $\boxed{\text{L'évaluation des mesures}}$: une sorte de jugement ou de "mesure" sur la mesure, ou sur son expression, qui représente la taille, la grandeur relative, la rareté, la qualité, la précision... etc., et qui sert comme moyen de contrôle dans les activités de mesurage, dans les calculs ou les comparaisons.

Exemples

- l'ordre de grandeur d'une mesure,
- la taille d'un nombre,
- le nombre de chiffres significatifs.
- Le pourcentage d'objets du même type plus grands que l'objet considéré (la rareté relative) permet de comparer des tailles relatives : une souris de 10 cm au garrot est plus grande (rarissime) qu'un éléphant de 2 m.

Chacun de ces "objets" appartient à des environnements (milieux) différents, ils suivent des règles différentes et seraient définissables par des situations différentes. Ils sont "connus" dans des institutions différentes qui les ont dénommés de manières diverses. Ils interviennent tous dans la conception et dans la pratique des mesures.

Il serait sans doute prématuré d'enseigner toutes les notions évoquées ci-dessus aux élèves de l'école élémentaire, mais y renoncer complètement conduit à s'abstenir de traiter correctement, aussi bien les problèmes pratiques que les notions théoriques. Pour "éviter" des contradictions, des erreurs et des difficultés locales, l'enseignement a tendance à ignorer les activités effectives et à rejeter à plus tard les élucidations théoriques pour se cantonner dans un savoir scolaire faiblement utilisable. En réaction, l'acceptation sans discernement de toutes les activités "naturelles" et de leur vocabulaire comme objet d'enseignement renforce la confusion et rend impossible des acquisitions mathématiques ou culturelles fondamentales.

La moindre des choses serait que l'enseignant les distingue, lui, et qu'il témoigne de leur importance culturelle par une certaine vigilence. En un mot, qu'il s'assure, à travers un usage souple de la langue, de la précision et de la justesse de la pensée de l'élève sur ces sujets.

C/ Enjeux éducatifs de l'enseignement de la mesure.

Au-delà des enjeux classiques de cet enseignement, adaptation aux pratiques sociales de nombreux métiers et préparation des apprentissages mathématiques ultérieurs, on peut distinguer un enjeu éducatif.

L'univers de la mesure et du mesurage met en présence au moins deux domaines assez clairement séparés pour les élèves, même si ce qui les distingue reste flou :

- le domaine des objets concrets et des grandeurs avec leur environnement de propriétés et de manipulations
- le domaine des nombres et son environnement de calcul.

Les rapports entre ces deux domaines jouent un rôle important dans les représentations épistémologiques scolaires des mathématiques. Ils servent de support à une conception culturelle sur les rapports entre la théorie et la pratique enseignée implicitement à l'école (et qui assigne entre autres aux mathématiques une certaine place dans les activités humaines). Les élèves se déterminent psychologiquement par rapport à ces rapports "officiels" et aux rapports personnels qu'ils établissement à l'occasion des activités de ce genre.

Or, ces rapports ne semblent pas traités de façon convenable et ne sont pas l'objet de véritables analyses didactiques. Il serait pourtant utile de s'interroger au moins sur le statut des erreurs et des écarts et sur les conditions de remise en cause d'une déclaration ou d'une théorie.

1°) **Les écarts et les erreurs**

La nature et l'origine des erreurs reste pour les élèves, non seulement mystérieuse mais menaçante car elle est confondue avec une faute.

Il serait utile et possible de distinguer entre :

- les écarts dus au choix du système numérique de référence. Par exemple, l'utilisation de la mesure naturelle (en nombres entiers) ne permet pas de différencier certaines "grandeurs" jugées différentes dans l'environnement. Le problème est le même lorsqu'on utilise les décimaux avec un nombre limité de chiffres après la virgule (2 par exemple), ce qui est souvent le seul usage pratique des décimaux.

Le choix de l'unité permet aux élèves et aux maîtres d'utiliser ces nombres décimaux, par exemple 13,21 $(\frac{1}{100})$ pour exprimer à la fois la mesure et l'erreur tout en traitant le nombre comme un naturel.

- les erreurs liées au calcul : erreurs d'arrondi.
- les incertitudes dues à l'imprécision de l'instrument de mesure, à son manque de fidélité, à sa fausseté.
- les incertitudes liées à l'instabilité de l'objet mesuré (l'envergure d'un oiseau par exemple) ou des conditions de mesure.
- les fautes : erreurs de procédure ou de calcul qui rendent le résultat inacceptable.

Les élèves peuvent apprendre à repérer et à contrôler l'effet de ces erreurs. C'est l'un des objets des recherches d'ingénierie dont les deux leçons présentées ci-dessus sont extraites.

2°) **La remise en cause d'un fait ou d'une théorie**

Il est très important d'apprendre à quels niveaux la vérité d'un fait peut être remise en cause. Le mesurage est un excellent modèle de toute l'activité scientifique. Il est l'occasion de préciser précocement les rapports qu'il faut établir entre la contingence et la nécessité :

- Quelle erreur est acceptable, laquelle justifie une remise en cause du modèle théorique ? Quand faut-il incriminer la contingence ?

Les leçons proposées portent essentiellement sur les relations sociales qui permettent de gérer plus ou moins bien la vérité.

• Quel rapport, le discours scientifique doit-il entretenir avec ce qui tient lieu de réalité ?
L'élève forme son rapport au savoir aussi bien public que privé, au cours de ses apprentissages, bien avant les études formelles (scientifiques et philosophiques) ultérieures. La façon dont la vérité et la connaissance sont gérées au cours de cet apprentissage (individuellement et/ou collectivement), la façon de les accepter, de les mettre en doute ou de les rejeter joue donc un rôle essentiel. La pratique de la vérité peut être apprise avant l'exposé académique de ses instruments cognitifs et culturels.

M.J. PERRIN a montré dans sa thèse (page 101) que les élèves rencontrent de grandes difficultés à lever les contradictions qui peuvent apparaître entre ce qu'ils voient et ce qu'ils calculent.

D/ Les pratiques didactiques courantes

Les pratiques didactiques courantes ne satisfont pas les conditions évoquées ci-dessus.

1°) Les nécessités du domaine des objets ne sont pas prises en compte. Par exemple, les correspondances "sémantiques" entre les manipulations des objets et les opérations sur les nombres, mettre bout à bout pour "ajouter" des longueurs, mettre dans le même plateau pour "ajouter" des poids, juxtaposer pour concrétiser la "somme".

Elles ne sont pas ***effectivement*** réalisées dans des situations d'action ; si elles sont parfois enseignées, c'est avec un statut faussé. En fait, la pratique de l'élève est inversée par rapport au discours du maître : le mesurage réputé "concret" n'est jamais, en fait réalisé sous contrôle, ni pratiqué. Il a un statut de savoir scolaire "théorique" alors que les manipulations familières à l'élèves sont celles des calculs et des nombres.

Les élèves sont assujettis à des "situations" et à des environnements institutionnels dont, ni eux, ni les maîtres, ne peuvent toujours facilement appréhender ou contrôler le décalage par rapport aux différentes exigences : connaissances théoriques "savantes", connaissances scolaires, situations "objectives" scolaires officielles, situations effectives...

Les interprétations de ces situations sont, au contraire, exigées par les enseignants comme des évidences, comme des apports intuitifs de l'élève, comme résultat de son développement ou de ses apprentissages spontanés.

2°) Les rapports entre le savoir et le "concret", entre les activités et le discours, la pratique et la théorie, la vérité et l'erreur..., ne sont pas traités en objets d'enseignement ni explicites ni implicites.

3°) L'articulation macrodidactique des savoirs obéit à des règles d'économies qui empêchent les éclaircissements et les aménagements.

Par exemple, il est d'usage d'ignorer les erreurs quand elles sont visibles et gênantes (lorsqu'on n'utilise que les rationnels) et de ne pas évoquer d'encadrements lorsque ce serait pourtant fonctionnel, "parce qu'on n'encadre rien" tant qu'on n'a pas construit les rationnels ou les réels, ainsi que le signalait Lebesgue. L'étude théorique est donc renvoyée à plus tard. Mais l'introduction des décimaux conduit essentiellement à "négliger" ces erreurs que l'on peut rendre, grâce à eux, "aussi petites qu'on veut" (?) et désormais insignifiantes. Les élèves continuent à utiliser le modèle de la mesure naturelle sans se poser aucune question, ni sur le problème à résoudre ni sur la structure mathématique construite, ni sur les écarts qui pourraient subsister pour d'autres raisons. Le savoir a été simplifié mais aussi défonctionnalisé. Les savoirs ainsi simplifiés ne sont pas toujours de bons points d'appuis pour les apprentissages ultérieurs, qu'ils soient orientés vers la pratique ou vers la théorie.

4°) Ces conditions correspondent à une démathématisation des moyens mis en oeuvre par les sujets pour contrôler leur activité au prix d'une mathématisation croissante du milieu (appareils, savoirs, institutions) parfaitement légitime pour les institutions ordinaires. Cette tendance contrarie les efforts des institutions d'enseignement car il faut rematématiser ou mathématiser une connaissance au cours de son apprentissage pour que son contrôle apparaisse comme le fruit d'une responsabilité consciente et cognitive du sujet. Jusqu'à quel point faut-il remathématiser les actes élémentaires mais complexes de la vie ?

Les enseignants ne sont ni libres ni en mesure de modifier à leur gré les conditions culturelles, les significations et les fonctionnements des savoirs. La didactique doit d'abord apprendre ce qu'il est possible de faire à propos de la mesure avant de proposer des modifications profondes.

BIBLIOGRAPHIE

A. BESSOT - M. EBERHARD : "Une approche didactique des problèmes de la mesure" RDM 1983 - vol. 4.3)

A. BESSOT - C. CHEVROT - M. EBERHARD : "Arithmétique en CE 1 à partir d'une situation problème" (Grand N n° 37)

G. BROUSSEAU : "Les différents rôles du maître" (Bulletin AMQ mai 1988)

N et G. BROUSSEAU : "Rationnels et décimaux dans la scolarité obligatoire" (IREM Bordeaux)

N. BROUSSEAU : "La mesure au CM1 : compte rendu d'activités" IREM Bordeaux 1987)

Y. CHEVALLARD : "Rapport au savoir" Actes de la 5ème école d'été Plestin-les-Grèves 1989

H. LEBESGUE : "La mesure des grandeurs"

P. MALIFAUD : "Mesure-Introduction" (Encyclopédia-Universalis)

M.J. PERRIN : "Aires de surfaces planes et nombres décimaux. Questions didactiques liées aux élèves en difficulté aux niveaux CM-6ème) Thèse docteur d'Etat Didactique des Mathématiques - 1992

A. REVUZ : "Intégration et mesure" (Encyclopédia-Universalis)

BIBLIOGRAPHIE

-oOo-

Publications pour les maîtres

. La multiplication au CE_1 (1985) - IREM de BORDEAUX
. Math-CP (1984) - IREM de BORDEAUX
. La division à l'école élémentaire (1985) - IREM de BORDEAUX

F. COLMEZ (1974) Document d'accompagnement du film "mesure" Mesure I et II film R.T.S. - MELUN - BORDEAUX

ERMEL (1982) Apprentissages mathématiques à l'école élémentaire - Tome 2 (Institut national de recherche pédagogique) SERMAP - HATIER

R. EILLER (19) Math et calcul (CM_1) HACHETTE

G. DERAMECOURT (1974) L'addition au C.P - IREM de BORDEAUX

N. et G. BROUSSEAU (1987) Rationnels et décimaux dans la scolarité obligatoire - IREM de BORDEAUX

Etudes en didactique des mathématiques

G. BROUSSEAU (1972) Processus de mathématisation - in "La mathématique à l'école élémentiare" A.P.M.E.P.

G. BROUSSEAU (1972) Un exemple de processus de mathématisation : l'addition dans les entiers naturels - in "La mathématique à l'école élémentaire" A.P.M.E.P.

G. BROUSSEAU (1973) L'apprentissage des opérations dans les naturels - in Cahier 13 de l'IREM de BORDEAUX

G. BROUSSEAU (1976) Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématique - in compte-rendu de la XXVIIIème rencontre de la C.I.E.A.E.M LOUVAIN-la-NEUVE

M.H. SALIN (1976) Le rôle de l'erreur dans l'apprentissage des mathématiques à l'école primaire - Etudes didactiques des mathématiques - IREM de BORDEAUX

.../...

G. BROUSSEAU (1978) L'observation des activités didactiques - in Revue française de pédagogie n° 45

G. BROUSSEAU (1980) Problèmes d'enseignement des décimaux - in Revue "Recherche en didactique des mathématiques" - Vol. 1.1. (Ed. La Pensée Sauvage - GRENOBLE)

G. BROUSSEAU (1981) Problèmes de didactique des décimaux - in Revue "Recherche en didactique des mathématiques" Vol. 1.2. (Ed. La Pensée Sauvage - GRENOBLE)

J. PERES (1984) Utilisation d'une théorie des situations en vue de l'identification des phénomènes didactiques au cours d'une activité d'apprentissage scolaire - construction d'un code de désignation d'objets à l'école élémentaire - IREM de BORDEAUX

G. BROUSSEAU (1986) Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques - in Revue "Recherches en didactique des mathématiques" Vol. 7.2. - La Pensée Sauvage - GRENOBLE

G. BROUSSEAU (1987) Didactique des mathématiques et questions d'enseignement : propositions pour la géométrie - in Sciences de l'éducation pour l'èère nouvelle, Didactique 1. Vol. 1/2 CERSE CAEN

G. BROUSSEAU (1988) L'enseignement de la géométrie - in Bulletin de l'A.M.Q. Vol. II n°+ 3 (association mathématique du Québec)

G. BROUSSEAU (1988) Les différents rôles du maître - in Bulletin de l'A.M.Q. n° 23 MONTREAL

G. BROUSSEAU (1989) Utilité et intérêt de la didactique pour un professeur de collège - in "Petit x" n° 21 - GRENOBLE

G. BROUSSEAU (1990) Le contrat didactique et le concept de milieu : dévolution - in Revue "Recherches en didactique des mathématiques" - La pensée sauvage - GRENOBLE