LA DIVISION EUCLIDIENNE (2)

****

2EME ETAPE : n assez grand ; p choisi de façon que pour arriver à n de p en p, le nombre de sauts soit assez faible.

BUT DE LA LEÇON :

Transport des algorithmes découverts dans le cas précédent. Découverte du rôle de p.

Remarque : On peut donner la règle du jeu de deux façons différentes.

1°) - Ajouter à chaque coup un nombre inférieur à p

2°) - Ajouter un nombre au plus égal à p - 1

La deuxième manière introduit une difficulté supplémentaire : on n'attire pas l'attention des enfants sur le rôle joué par p.

Si une erreur est faite, les enfants doivent en chercher la cause, qui peut être

- une erreur de calcul
- une erreur dans l'algorithme utilisé
- une erreur sur la valeur de p.

Il semble qu'une telle recherche doive introduire une certaine confusion. C'est pourquoi il paraît souhaitable d'éliminer certaines causes d'erreur.

- l'utilisation de la machine à additionner évitera les erreurs de calcul.

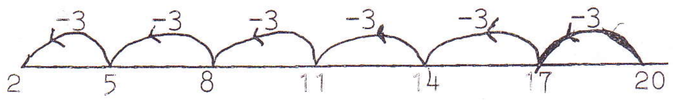
- la formulation de la règle du jeu qui donne p évitera des erreurs sur la valeur de p.

- on pourra faciliter la recherche de l'algorithme de diverses façons, en mettant en évidence ce qui est important dans le jeu à 20 comme dans le jeu à n.

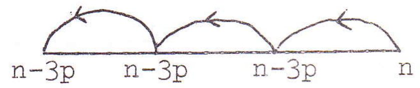
.../...

□ concrétisation à l'aide d'allumettes, groupées par 3 dans le jeu à 20, par p dans le jeu à n

□ concrétisation graphique (représentant la suite des nombres à dire si on veut gagner à coup sûr)



jeu à 20



jeu à 60

Remarque : On peut faire plusieurs exemples consécutifs. L'important est que les enfants aient trouvé une méthode pour obtenir la suite gagnante. (on pourra prendre p = 5)

OBSERVATION DE LA CLASSE :

1er exemple : n = 33 ; p = 5

La classe est divisée en deux équipes, réparties en sous-groupes de trois.

On organise un concours pour trouver la manière de gagner. Le pas a été donné dans la consigne (ajouter au nombre dit par l'adversaire un nombre inférieur à 5 ; celle qui dit 33 a gagné).

DECOUVERTES IMPORTANTES

1°) - Très rapidement : "28 est gagnant" est découvert et adopté par la classe.

2°) - "Si 28 gagne alors 25 gagne"

Objection : 25 n'est pas bon car le suivant peut dire 28

3°) - "26 perd"
"23 gagne"

4°) - "Il faut arriver à 18, comme ça on est sûr d'arriver à 23, et on pourra dire 28"

3EME ETAPE : p fixe ; n variable (nous prendrons ici p = 5)

Phase collective :

On suppose que les enfants ont compris que dans le jeu de la course à n il fallait trouver une "suite gagnante". On sait donc ce qu'il faut trouver. L'objet de cette leçon est d'améliorer autant que possible la méthode de calcul.

On espère que les enfants découvriront que, pour n fixé, non multiple de p, le premier joueur gagne s'il commence par un nombre bien déterminé, inférieur à 5 et que toutes les autres solutions sont perdantes. Au contraire, si n est multiple de 5, le premier joueur perd si le second énonce les multiples de 5.

On espère un perfectionnement de la méthode de recherche du nombre initial.

JEU : La classe est divisée en deux équipes. Chaque équipe comprend un centre de calcul et un groupe d'organisateurs, qui ne peuvent communiquer que par messages : les organisateurs d'une équipe rédigent les programmes des calculs à effectuer par les calculateurs de l'autre équipe.

On change n à chaque coup ; p reste fixe. On demande de trouver la suite gagnante le plus rapidement possible.

Chaque équipe peut gagner de deux manières :

- par ses organisateurs, si leur message était correct (compris et exécuté par les calculateurs de l'autre équipe)

- par ses calculateurs, si ces derniers peuvent prouver que le message reçu était inefficace (soit erroné, soit incomplet)

.../...

Un seul élève donne la suite gagnante. Une comparaison collective de la course à 20 par 3 et de la course à 33 attire leur attention sur l'importance de ce qu'elles appellent "l'écart" : 3 dans la course à 20, 5 dans la course à 33.Mais la classe n'a pas encore généralisé correctement la méthode, ce qui amène l'institutrice à proposer d'autres exemples.

2ème exemple : n = 56 ; p = 6

Le pas n'est plus donné. La consigne est d'ajouter un nombre au plus égal à 6.

Après quelques découvertes incorrectes, vite rejetées par l'ensemble de la classe, on obtient l'énoncé suivant :

> " à partir de 56, il faut toujours soustraire 6 et on est sûr de gagner"

On vérifie l'exactitude de cette découverte.

Conclusion d'un élève : "Quand on respecte un nombre, c'est celui-là qu'il faut toujours soustraire"

3ème exemple : n = 48 ; p = 7

La classe obtient très rapidement la suite gagnante dès qu'un élève a remarqué :

"pour trouver l'écart, si on a le droit d'ajouter 1, 2, 3, 4, 5 ou 6, on ajoute 1 à 6. Puis on retranche toujours 7"

On peut considérer que les enfants ont correctement généralisé les rôles de 3 et 20 dans le premier exemple traité, à p et n quels qu'ils soient.

.../...

I - INTRODUCTION PAR LE MAITRE

- Présentation des avantages de la machine : "elle calcule, vous n'avez plus qu'à réfléchir". (exemples d'additions, soustractions)

- Proposition de la course à n (n grand)

[on peut laisser les enfants choisir n et p dans des créneaux raisonnables ($12\ p < n < 30\ p$)]

n non multiple de p

II - O B J E C T I F

Concours pour savoir ce qu'il faut faire pour trouver le 1er nombre de la suite gagnante. Un enfant de chaque groupe travaille à la machine. Les autres vérifient à la main.

Le groupe gagnant est celui qui trouve le premier la méthode correcte. Une fois un nombre avancé il faut donc une vérification.

* Vérification : Le nombre annoncé est-il le bon ?

Un représentant du groupe qui annonce ce nombre joue contre un autre élève devant toute la classe.

Le groupe est alors déclaré gagnant ou perdant.

Conclusion : le maître fait exprimer le procédé suivi.

III - CONCOURS PAR GROUPES DE QUATRE

Objectif : trouver r le plus vite possible.

4 jeux consécutifs.

p est fixé , le maître donne successivement 4 valeurs pour n.

Vérification : voir * ci-dessus

IV - RACCOURCISSEMENTS DE PROCEDURES

Toujours concours : n plus grands. "Chercher des astuces permettant de trouver plus vite le premier nombre de la suite gagnante". "Ce seront des découvertes".

APPLICATIONS POSSIBLES

1°) - Tables de multiplication

a) - Cas où n est multiple de p : Une méthode rapide pour trouver la suite gagnante est de connaître la table de multiplication par p.

Ce jeu semble être une bonne motivation pour apprendre ou pour réviser les tables de multiplication.

S'il s'agit de les apprendre, il peut être utile de concrétiser le jeu au moyen d'allumettes :

Exemple : $n = 42$; $p = 6$

On fait des rangées de 6 allumettes

```
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
| | | | | |
```

on constate qu'on peut les ranger dans un tableau de 7 lignes et 6 colonnes.
Donc : $42 = 7 \times 6$
Pour gagner, il faut ramasser toutes les allumettes qui restent dans une ligne entamée.
Quand une ligne a disparu, le nombre d'allumettes qui reste correspond au nombre qui précède 42 dans la suite gagnante.

C'est 36. C'est aussi 6×6

b) - Cas où n n'est pas multiple de p

La disposition des allumettes en rangées de p concrétise le fait que, pour trouver la suite gagnante, on peut savoir par quel nombre commencer en retranchant de n le plus grand multiple de p possible. (en substance, les enfants cherchent le reste de la division de n par p).

2°) - Caractères de divisibilité (on prendra n multiple de p)

Exemples

a) $p = 25$

la suite gagnante se trouve plus aisément si on remarque que les multiples de 25 sont les nombres qui se terminent par 00, 25, 50, 75.

b) $p = 9$

les multiples de 9 sont les nombres dont la somme des chiffres est multiple de 9

.../...

c) p = 4

les multiples de 4 sont les nombres dont les deux derniers chiffres forment un nombre multiple de 4.

Pour amener la découverte de ces propriétés, on peut poser des questions comme celle ci :

p = 9   n = 900

32 fait-il partie de la suite gagnante ?

puis 36

puis 90

puis 279

puis 301

puis 132

pour les petits nombres, l'enfant peut trouver aisément grâce aux tables. Pour les grands nombres, on peut faire un concours de vitesse qui incitera les enfants à trouver un "truc" pour pouvoir répondre rapidement.

4EME ETAPE : n et p grands

Même schéma que dans la troisième leçon.

La recherche de la suite gagnante se fera à la machine à calculer.

5EME ETAPE : quotient de n par p

n et p étant donnés, les enfants doivent découvrir combien de nombres le gagnant a écrit s'il a toujours bien joué. Cette leçon peut se faire d'abord à la main, puis à la machine.

6EME ETAPE : Problèmes de division

Trouve des problèmes où les enfants peuvent reconnaître le schéma de la course à n et savoir qu'il s'agit d'un problème de division.

7EME ETAPE : Lecture de l'heure.

.../...