

**Programme du séminaire national de didactique des mathématiques des 15 et 16 janvier 2010**

*Séminaire organisé par l'Association pour la Recherche en Didactique des Mathématiques (ARDM)*  
<http://ardm.eu/>

Les conférences se dérouleront à la Halle aux Farines sur le site PRG de l'Université Paris Diderot – Paris 7.

**Attention pour le séminaire de janvier 2010 deux salles différentes :**  
*Vendredi 15 janvier : Salle 575F*  
*Samedi 16 janvier : Amphi 7C*

Accès et plan du bâtiment :  
<http://ardm.eu/contenu/les-seminaires-nationaux>

Responsables du séminaire national de didactique des mathématiques :

*Maha Abboud-Blanchard*

[maha.blanchard@math.jussieu.fr](mailto:maha.blanchard@math.jussieu.fr)

LDAR, Université Paris-Diderot, case courrier 7018, 75205 Paris cedex 13

*Annick Fluckiger*

[annick.fluckiger@unige.ch](mailto:annick.fluckiger@unige.ch)

FPSE, Université de Genève, 40 Bd du Pont D'Arve, CH- 1211Genève 4

Le séminaire est organisé avec le partenariat de l'IREM de Paris 7.

Vendredi 15 janvier 2010 – 16h-19h

**16h à 17h30 Travaux en cours**

*Les relations entre Logique, Preuve et Apprentissages mathématiques : une question d'actualité en didactique des mathématiques ?*

Viviane DURAND GUERRIER (Université de Montpellier2, Institut de Mathématiques et de Modélisation de Montpellier UMR 5149 CNRS, Équipe ACSIO)

**17h45 à 19h Présentation de thèse**

*Une perspective sémantique et dialogique sur l'activité de validation en mathématiques*

Thomas BARRIER (LEPS, équipe Lirdhist, Université de Lyon)

Samedi 16 janvier 2010 – 9h-12h

**9h à 10h30 Travaux en cours**

*Approche de la démonstration : De la conjecture et démonstration guidées au récit de la construction d'une démonstration*

Nadia DOUEK (Université de Nice, IUFM C. Freinet UMR-ADEF Université de Provence)

**10h45 à 12h Travaux en cours**

*L'action du professeur et le temps des situations*

Serge QUILIO (UMR ADEF, INRP)

Samedi 16 janvier 2010 – 13h30-18h

**13h 30 à 14H30 Plage de l'ARDM**

**14h45 à 16h Présentation de thèse**

*Activités de recherche et de preuve entre pairs à l'école élémentaire : perspectives ouvertes par les communautés de pratique d'enseignants*

Jean Philippe GEORGET (Université d'Orléans et LDAR, Université Paris Diderot)

**16h15 à 18h Travaux d'équipe**

*Présentation des travaux du projet Européen Remath*

Michèle ARTIGUE, Claire CAZES, Jean-Michel GELIS, Jean Baptiste LAGRANGE et Fabrice VANDEBROUCK (LDAR, Université Paris Diderot)

**Les relations entre Logique, Preuve et Apprentissages mathématiques :  
une question d'actualité en didactique des mathématiques ?**

**Viviane DURAND-GUERRIER**

[vdurand@math.univ-montp2.fr](mailto:vdurand@math.univ-montp2.fr)

Vendredi 15 janvier 2010 – 16h-17h30

Dans le cadre de la 19<sup>ème</sup> étude ICMI « Proof and Proving in Mathematics Education » (<http://ocs.library.utoronto.ca/index.php/icmi/8>), j'étais responsable du groupe de travail « Argumentation and Proof », et à ce titre engagée dans la rédaction de deux chapitres du volume qui sera issu de la conférence. Je me propose de présenter en première partie de l'exposé une synthèse des travaux conduits dans le groupe de travail lors de la conférence qui s'est déroulée en mai 2009. Les textes complets des communications présentées dans le cadre de la conférence sont en ligne sur le site de l'Etude [1]. Dans une deuxième partie, je reprendrai une question qui traverse mon travail depuis plus de quinze ans, à savoir la place et le rôle de la logique formelle pour modéliser l'activité mathématique [2]. Dans une troisième partie, j'essayerai d'ouvrir des pistes concernant la question (controvertée) de l'intérêt d'un enseignement des concepts logiques pour les apprentissages mathématiques, en identifiant quelques concepts et méthodes à retenir (les connecteurs logiques, la quantification, mais aussi les concepts métamathématiques de satisfaction, vérité, validité, syntaxe et sémantique, les règles d'inférences, la démonstration naturelle etc.), et quelles formes pourraient prendre un tel enseignement pour être efficace, ceci principalement à la transition secondaire-supérieur [3].

[1] Lin, F.L., Hsieh F.J., Hanna, G., De Villiers M. (2009) *Proceedings of the ICMI Study 19 conference: Proof and Proving in Mathematics Education*, Volume 1 & 2, The Department of Mathematics, National Taiwan Normal University Taipei, Taiwan

[2] Durand-Guerrier, V. : 1995 Place de la logique formelle comme outil d'analyse des connaissances mises en œuvre dans le raisonnement mathématique dans une perspective didactique, in G. Arsac, J. Gréa, D. Grenier, A. Thibergien, *Différents types de savoirs et leurs articulations*, La Pensée Sauvage. Grenoble.

[3] Durand-Guerrier, V., Njomgang Ngansop, J., Questions de logique et de langage à la transition secondaire-supérieur : l'exemple de la négation, à paraître dans les actes électroniques du colloque EMF 2009, 6 au 10 Avril 2009, Dakar, Sénégal.

**Une perspective sémantique et dialogique sur l'activité de validation en mathématiques**

**Thomas BARRIER**

[thomas.barrier@univ-lyon1.fr](mailto:thomas.barrier@univ-lyon1.fr)

Vendredi 15 janvier 2010 – 17h45-19h

La thèse s'intéresse aux situations de validation au sens de la Théorie des Situations Didactiques. Son objectif est d'interroger la filiation revendiquée par Brousseau à la logique dialogique de Lorenzen. La thèse soutient la pertinence didactique de l'adoption d'une perspective sémantique et dialogique sur les processus de validation en mathématiques. Cette approche consiste à analyser les relations entre les assertions et les objets dénotés au sein des jeux de langage à travers les liens stratégiques de validation qui les relient. La recherche s'appuie à la fois sur des ressources philosophiques et didactiques, l'hypothèse de travail est celle de la complémentarité des méthodes analytique et expérimentale. Au niveau analytique, la référence principale est la sémantique selon la théorie des jeux de Hintikka et sa correction par Vernant. Elle est mobilisée pour reconsidérer les fondements épistémologiques de la Théorie des Situations. Sur le plan expérimental, j'ai analysé les pratiques de quantification d'étudiants en mathématiques lors de leur évaluation de deux preuves en Analyse réelle. Le choix de ces preuves repose sur une brève enquête épistémologique.

Barrier, Th. (2008). Sémantique selon la théorie des jeux et situations de validation en mathématiques. *Education et didactique*, 2, 3, 35-58.

Durand-Guerrier, V. (2008). Truth versus validity in mathematical proof. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 373-384.

Vernant, D. (2007). The dialogical logic of veridicity. In A. Trognon (Ed.), *Logic and Dialogue*: Presses Universitaires de Nancy.

**Approche de la démonstration : De la conjecture et démonstration guidées au récit de la construction d'une démonstration**

*Nadia DOUEK*

[ndouek@wanadoo.fr](mailto:ndouek@wanadoo.fr)

*samedi 16 janvier 2010 – 9h à 10h30*

Nous présentons une élaboration théorique et pragmatique pour approcher la pratique de la démonstration dans les premières phases de son apprentissage-enseignement.

Nous partons d'une analyse de trois aspects de l'activité impliqués dans la démonstration: l'exploration heuristique, l'organisation du raisonnement et la production d'un texte déductif selon des normes mathématiques. Elle est basée sur les travaux de Lolli sur les différents modes de raisonnement dans la démonstration ([1]), et souligne la part de l'activité argumentative et la diversité de ses objets dans ces activités. Et elle fonde nos choix didactiques concernant l'apprentissage de la démonstration et la maîtrise consciente de ces modes de raisonnement: articuler activité exploratoire, conjecture, justification (de proposition ou d'organisation de raisonnement) et démonstration selon une organisation de séquence prévoyant une variété d'activités langagières ([2]). En particulier un jeu de 'débat collectif/ récit individuel du raisonnement élaboré pour prouver' est mis en place afin de favoriser la prise en charge des aspects sémantiques et d'organisation du discours car construction de sens et organisation du raisonnement sont liés. Les règles culturelles du raisonnement mathématique sont questionnées en même temps que les savoirs mathématiques.

À la suite des travaux de Pedemonte ([3]), nous considérons que l'organisation des séquences doit dépendre de la continuité cognitive entre production de conjecture et production de sa démonstration. Notre élaboration a pour but de traiter un cas de non continuité cognitive, car alors discuter l'organisation déductive devient plus significatif. Nous proposons une ingénierie concernant le théorème de Pythagore, avec des situations d'exploration et d'organisation des arguments. L'élaboration d'un texte déductif n'est pas un objectif. L'argumentation est à la fois une activité visée et un moyen de médiation.

[1] Arzarello, F. (2007). The proof in the 20th century. In P. Boero (Ed.), *Theorems in school* (pp. 43-63). Rotterdam: Sense Publishers.

[2] Boero, P.; Douek, N. & Ferrari, P. L. (2008). Developing mastery of natural language. In L. English (Ed.), *International Handbook of Research in Mathematics Education* (pp. 262-295). New York: Routledge.

[3] Pedemonte, B. (2007). How can the relationship between argumentation and proof be analysed? *Educational Studies in Mathematics*, 66(1), 23-41.

**L'action du professeur et le temps des situations.**

*Serge QUILIO*

[serge.quilio@free.fr](mailto:serge.quilio@free.fr)

*samedi 16 janvier 2010 – 10h45 à 12h*

Ma communication présente une étude des leçons réalisées en classe pour la mise en oeuvre de l'ingénierie *Rationnels et Décimaux dans la scolarité obligatoire* (Brousseau, 1987). Pour cette étude, j'ai considéré ces leçons comme des leçons *ordinaires*, c'est-à-dire que le travail de description qui est mené considère l'action effective des professeurs dans le déroulement des leçons filmées au COREM de Bordeaux.

Je montrerai que le fonctionnement de cette ingénierie repose sur un travail chronogénétique et mésogénétique du professeur très particulier sur le plan langagier et dans l'usage des systèmes sémiotiques. Il s'agit de faire en sorte, dans certaines situations, que l'élève puisse actualiser un milieu ancien (par exemple la commensuration) dans une situation nouvelle (par exemple agrandir une pièce de puzzle). L'organisation temporelle gérée par le professeur permet d'envisager un temps didactique centré sur des situations et non organiquement sur des objets de savoir. Je m'appuierai ainsi sur le programme initié par Centeno (Centeno, 1992) pour préciser les spécificités du temps didactique produit par les situations et ses conséquences sur l'action effective des professeurs.

Brousseau, N&G, (1987), *Rationnels et Décimaux dans la scolarité obligatoire*, IREM de Bordeaux

Brousseau, G., (1998), *Théorie des situations didactiques*, La pensée sauvage

Centeno, J., (1995) *La mémoire didactique de l'enseignant*, Thèse posthume, LADIST, Bordeaux

Quilio, S., (2008), *Contribution à la pragmatique didactique. Une étude de cas dans l'enseignement des nombres rationnels et décimaux à l'école élémentaire*, Thèse de l'Université de Provence

Sensevy, G. & Mercier, A. (2007). *Agir ensemble : l'action didactique conjointe*. In G. Sensevy & A. Mercier (dir), *Agir ensemble : l'action didactique conjointe du professeur et des élèves*. Rennes : Presses Universitaires de Rennes.

Activités de recherche et de preuve entre pairs à l'école élémentaire :  
perspectives ouvertes par les communautés de pratique d'enseignants

Jean-Philippe GEORGET

[jean-philippe.georget@univ-orleans.fr](mailto:jean-philippe.georget@univ-orleans.fr)

samedi 16 janvier 2010 – 14h45 à 16h

La thèse traite des activités de recherche et de preuve entre pairs (RPP) en classe de mathématiques et des moyens de favoriser leur mise en œuvre à la fin de l'école primaire. Le travail mené s'appuie sur des outils classiques en didactique des mathématiques (Robert et Rogalski, 2002). Il est enrichi par la théorie des communautés de pratique (CoP) (Wenger, 1998) qui est présentée et discutée, et par des concepts d'ergonomie des environnements informatiques pour l'apprentissage humain dont l'usage est élargi aux ressources destinées aux enseignants (Georget, à paraître). Les potentiels de recherche, de débat, de résistance, de résistance dynamique, didactique, sont définis pour mieux caractériser les activités RPP. Une analyse comparée d'expériences antérieures et de ressources destinées aux enseignants est présentée, ainsi qu'une étude de la littérature concernant l'exploitation, encore limitée, de la théorie des CoP en didactique des mathématiques. Une expérimentation, menée sur 3 années et s'appuyant sur une CoP d'enseignants, a permis d'opérationnaliser cette théorie de manière nouvelle (participation/réification, objet frontière, courtage, trajectoire) dans le but de favoriser des évolutions de pratique. Des ressources présentaient aux enseignants des problèmes ouverts déjà expérimentés. Leur ergonomie était affinée pour résoudre le paradoxe d'incomplétude des ressources concernant la quantité d'information utilisable et acceptable par un enseignant. Les analyses ont montré l'intérêt de l'approche proposée, les possibilités de son optimisation, et le fait que la complexité des activités RPP peut largement expliquer leur faible diffusion dans les pratiques enseignantes.

Georget, J.-P. (à paraître). Apport de l'ergonomie des EIAH pour l'analyse et la conception de ressources destinées aux enseignants de mathématiques. Enseignement des mathématiques et développement : enjeux de société et de formation. *Actes du colloque Espace Mathématique Francophone 2009*. Éd. par EMF 2009. <http://educmath.inrp.fr/Educmath/recherches/projets-de-recherche/emf6/>.

Robert, A. et Rogalski, J. (2002). Le système complexe et cohérent des pratiques des enseignants de mathématiques : une double approche. *Revue canadienne de l'enseignement des sciences, des mathématiques et de la technologie* 2.4, p. 505–528.

Wenger, E. (1998). *Communities of Practice, Learning, Meaning and Identity*. Cambridge University Press.

Présentation des travaux du projet Européen Remath

Michèle ARTIGUE

Claire CAZES

Jean-Michel GELIS

Jean Baptiste LAGRANGE

Fabrice VANDEBROUCK

[artigue@math.jussieu.fr](mailto:artigue@math.jussieu.fr)

samedi 16 janvier 2010 – 16h15 à 18h

Remath est un projet européen (IST4-26751) associant six laboratoires en Italie, Grande-Bretagne, Grèce et France. Le nom complet « représenter des Mathématiques avec l'ordinateur » prend en compte la nécessité de manipuler des représentations dans l'activité et l'apprentissage des Mathématiques et les possibilités nouvelles qu'offrent les technologies numériques pour cela.

Le projet s'est donné pour but de mieux comprendre comment cette question des représentations est conceptualisée dans différents cadres et contextes et comment ceux-ci influent sur le "design" de la recherche et l'interprétation des observations. La méthodologie de recherche a reposé (1) sur la conception de logiciels d'apprentissage par chacune des équipes avec ses cadres et ses contextes, (2) l'explicitation des choix de conception à l'aide d'un "cadre théorique intégré", (3) une série d'expérimentations "croisées" dans les différents contextes et (4) l'analyse "croisée" de ces expérimentations. Conçu à l'intention des enseignants et des chercheurs un site Web (<http://remath.cti.gr>) présente les résultats du projet. L'exposé développera cette problématique, puis se centrera sur le cas de Casyopée, le logiciel développé par notre équipe et dédié à l'enseignement/apprentissage des fonctions. Il précisera les représentations manipulées par ce logiciel et la prise en compte de cadres théoriques et du contexte dans la conception. Il présentera les questions de recherche posées par les deux équipes ayant expérimenté Casyopée, les expérimentations mises en place et les résultats de l'analyse croisée en les situant en relation avec les cadres privilégiés par les deux équipes (approche instrumentale, TSD et TA d'une part, médiation sémiotique d'autre part). La conclusion replacera ces résultats dans le cadre général de ReMath et fera le bilan des avancées tant sur les représentations que sur la mise en correspondance des cadres théoriques.

Lagrange, J.B., Artigue, M. (2009). Students' activities about functions at upper secondary level: a grid for designing a digital environment and analysing uses. *Proceedings of 33rd Conference of the IGPME*, Thessaloniki, Greece, July 19-24, 2009.

Maracci M., Cazes C., Vandebrouck F., Mariotti M-A. (2009). Casyopée in the classroom: two different theory-driven pedagogical approaches. *Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 6)*, Lyon, France, January 28 – February, 1, 2009.

Gélis, J.M. (2009). Une double approche, par objets et registres, appliquée aux actions des élèves dans des EIAH d'apprentissage de l'analyse. *Actes de la conférence EIAH 2009, Environnements Informatiques pour l'Apprentissage Humain*, Le Mans, 23-26 juin.