

# 17E ECOLE D'ETE DE DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES

ORGANISEE PAR L'ARDM

NANTES DU 19 AU 26 AOUT 2013

## DEUXIEME ANNONCE

### LIEU ET DATES

Les travaux de l'école d'été auront lieu à Nantes sur l'espace Launay-Violette l'IUFM des Pays de la Loire, Université de Nantes, du lundi 19 août (16h) au lundi 26 août 2013 (17h).



### COMITE SCIENTIFIQUE ET D'ORGANISATION

Denis Butlen (Responsable de la 17<sup>e</sup> école d'été), LDAR, Universités de Paris-Diderot et Cergy-Pontoise, France.

Marianna Bosch, IQS School of management, Universitat Ramon Llull, Espagne.

Christine Chambris, LDAR, Universités de Paris-Diderot et Cergy-Pontoise, France.

Gisèle Cirade, UMR EFTS, IUFM Midi-Pyrénées, Université Toulouse 2, France.

Stéphane Clivaz, UER MS, HEP Vaud, Suisse.

Sophie Gobert, CREN, IUFM des Pays de la Loire, Université de Nantes, France.

Christophe Hache, LDAR, IREM de Paris, Université Paris Diderot, France.

Magali Hersant, CREN, IUFM des Pays de la Loire, Université de Nantes, France.

Christine Mangiante, Laboratoire de Mathématiques de Lens, IUFM Nord Pas-de-Calais, Université d'Artois, France.

### CONTACT

Denis Butlen : [denis.butlen@iufm.u-cergy.fr](mailto:denis.butlen@iufm.u-cergy.fr)

## LES THEMES DE L'ECOLE D'ETE

### ROLES ET PLACES DE LA DIDACTIQUE ET DES DIDACTICIENS DES MATHEMATIQUES DANS LA SOCIETE ET DANS LE SYSTEME EDUCATIF

Ce thème général peut se décliner en plusieurs groupes de questions qui correspondent à des approches différentes. Nous en avons retenu deux.

#### **Première approche : la diffusion des savoirs de didactique des mathématiques**

Une première série de questions porte sur les savoirs de didactique et leur diffusion effective dans différentes institutions : universités et instituts de formation, système éducatif, noosphère (notamment dans les lieux où s'élaborent les curricula), les différentes communautés de recherche susceptibles d'être concernées par l'élaboration, l'organisation ou l'utilisation de ces savoirs.

Pour apporter des éléments de réponses à ces questions, il peut être nécessaire de s'interroger sur l'histoire et les conditions d'élaboration de ces savoirs : à partir de quels questionnements ces savoirs ont-ils été construits ? Dans quelle chronologie ? Pour quels usages ?

De même, cela peut amener à interroger la résistance des savoirs ainsi construits, les liens et les tensions qu'ils entretiennent, leur évolution.

Poser la question de la diffusion des résultats de didactique amène à se questionner non seulement sur ce qu'est un résultat, sa portée, son écologie mais aussi sur les effets et la pertinence de cette diffusion. Dans quelle mesure, les didacticiens peuvent-ils intervenir sur l'évolution des savoirs travaillés dans ces institutions, voire de ces institutions ? Quelles sont les conditions de cette intervention ? Avec quelles marges de manœuvre ? Qui les détermine, en fonction de quelles contraintes et de quels buts ?

Les travaux en didactique des mathématiques, à leur début sont fortement articulés à une volonté de modifier l'enseignement des mathématiques en France (même si l'on ne pensait pas forcément à appliquer directement les recherches). Rappelons en effet que les travaux de Brousseau, Chevallard et Douady (pour ne citer qu'eux) voient le jour dans des IREM et qu'ils se veulent force de propositions après la réforme des mathématiques modernes. Aujourd'hui, alors que de nombreux travaux en didactique des mathématiques ont été produits, et longtemps après avoir achoppé sur la reproductibilité des situations, il apparaît intéressant de faire un bilan (même local à un thème) de l'impact de ces travaux sur l'enseignement – apprentissage des mathématiques en France. Plusieurs niveaux d'impact peuvent se distinguer si l'on suit le chemin de la transposition didactique des savoirs, et en particulier les programmes et les IO ; les situations proposées dans les manuels et dans les classes ; la formation des enseignants.

L'objet de cette première série de question, outre de pointer pour tel ou tel domaine de savoirs mathématiques l'impact des travaux, est aussi de dégager une compréhension des conditions qui ont limité ou au contraire favorisé cet impact.

#### **Seconde approche : les didacticiens dans l'institution et le système scolaire**

Une seconde série de questions a trait aux interrogations qui sont adressées aux didacticiens par différentes institutions. Comment les didacticiens répondent-ils aux grandes questions posées par l'institution et l'évolution du système éducatif ? Comment répondent-ils aux défis posés au système éducatif par la société et par son évolution ? Comment prendre en compte ou intervenir sur les mutations à venir (d'ordres scientifiques, technologiques, sociales, éthiques, etc.) ? Comment penser l'évolution des recherches en didactique dans ce

cadre ? Comment intervenir sur l'évolution du système éducatif à court, moyen et plus long terme ?

Il ne s'agit pas lors de cette école d'été de céder aux éventuelles sirènes de l'utilitarisme mais d'essayer de dresser après presque un demi-siècle de recherche un bilan et des perspectives.

## THEMES

Il nous semble indispensable de traiter ces questions à partir de thèmes particuliers qui seront des points d'appui pour une réflexion plus générale dans le cadre d'un dispositif « **fil rouge** » spécifique. Nous avons choisi deux thèmes mathématiques -- l'algèbre et les premiers apprentissages numériques (2 à 6 ans) -- et un thème portant sur un public élève : les élèves en difficulté dans l'enseignement ordinaire.

Les deux thèmes mathématiques correspondent à deux états de la recherche qui diffèrent sur plusieurs critères et devraient donc permettre un éclairage différent des questions. Le travail d'édition effectué dans le cadre de l'élaboration récente d'un volume de RDM en algèbre a permis un premier état des lieux des recherches sur le thème. Celui-ci constitue une ressource précieuse pour les auteurs des cours qui sur cette base pourront répondre aux questions posées ci-dessus et notamment à celles relatives aux impacts de ces recherches. Par contre, le thème des premiers apprentissages numériques n'a pas fait l'objet, depuis de nombreuses années, d'un travail identique. L'école d'été sera l'occasion de mettre en relation les différentes approches de la question, de les comparer et d'évaluer l'état de la réflexion dans les différents champs disciplinaires concernés. La question de l'impact des recherches sur le système éducatif se pose de ce fait de manière différente.

L'entrée « les élèves en difficulté dans l'enseignement ordinaire » se décline de plusieurs manières. Il peut autant s'agir de faire le point de la recherche en didactique des mathématiques sur le sujet que de replacer la question de la difficulté en mathématiques dans le cadre plus large du diagnostic et du traitement de la difficulté scolaire en général. Les questions peuvent se regrouper autour de plusieurs pôles : diagnostic (côté élèves) des difficultés des élèves (général ou centré sur des contenus spécifiques) et origines possibles de ces difficultés, traitement des difficultés repérées, liens entre difficultés des élèves (potentielles ou repérées) et pratiques enseignantes, prise en compte des contextes sociologiques, etc. Cela pourra être l'occasion d'aborder la question des défis posés par le système éducatif et la société en général : traitement de la difficulté scolaire, étude et traitement de la différenciation scolaire, évaluation mais aussi socle commun, compétences, etc.

## PRESENTATION DU THEME 1 : L'ALGEBRE

Responsables CSO : Gisèle CIRADE et Mariana BOSCH  
gisele.cirade [arobase] univ-tlse2.fr, marianna.bosch[arobase] iqs.url.edu

Le thème de l'algèbre et plus spécifiquement celui de l'algèbre scolaire a été très présent dans la recherche en didactique de notre communauté, bien que les travaux produits n'aient pas toujours été beaucoup diffusés à l'extérieur, que ce soit dans la recherche internationale ou dans le système d'enseignement. La revue *Recherches en Didactique des Mathématiques* vient de faire un effort dans cette voie, par la publication d'un numéro spécial qui présente un bilan des travaux récents sur ce sujet, avec des études qui parcourent un terrain très vaste des mathématiques enseignées, depuis la fin du primaire jusqu'à l'université.

L'algèbre peut à cet effet apparaître comme un cas d'étude spécialement paradigmatique lorsque l'on s'interroge sur les rôles et places de la didactique des mathématiques et des didacticiens dans la société. Le travail algébrique n'a en effet jamais cessé d'apparaître, pour les didacticiens, comme une source importante de difficultés pour les enseignants venant ainsi alimenter sans arrêt les problèmes de la profession, que ce soit au sujet des changements de programmes, de l'incorporation des TICE ou des pressions à propos de l'initiation pré-algébrique ou l'early algebra. Du côté de la recherche, ces difficultés ont été abordées selon des problématisations très variées et parfois très éloignées du questionnement vécu par les acteurs du système d'enseignement. Les toutes premières études sur les évolutions du processus de transposition didactique ont mis en évidence une certaine indéfinition de l'algèbre en tant que domaine des mathématiques enseignées, ainsi que d'importantes contraintes d'origine culturelle qui pèsent sur son enseignement, en particulier celles qui pèsent sur le formalisme et, plus généralement, sur le travail écrit qui est intrinsèque à l'algèbre. D'autres recherches ont pris comme perspective l'analyse des pratiques enseignantes dans une perspective « naturaliste » ou à partir de la mise en place d'ingénieries basées sur des propositions parfois fort éloignées de l'enseignement traditionnel. De nombreuses recherches se sont centrées sur l'utilisation des TICE ou l'usage d'environnements informatiques spécifiques pour l'apprentissage de l'algèbre. Et en aucun cas, elles n'ont négligé d'aborder un questionnement épistémologique de fond sur la nature du travail algébrique et ses composants, enrichi par des apports linguistiques ou sémiotiques, toujours dans l'objectif de mieux cerner l'univers des possibles et de déterminer les conditions locales qui permettraient un enseignement rénové du domaine, en filiation directe avec le travail mathématique du primaire et en le rattachant au monde des fonctions et du calcul différentiel auquel il prépare.

Nous nous proposons d'aborder cette variété de problématiques et de problématisations en nous centrant sur les deux thèmes transversaux de l'école d'été. D'une part, les impacts ou transferts, effectifs ou potentiels, qui peuvent avoir lieu entre la recherche en didactique, la profession d'enseignant, et les autres instances qui interviennent dans les processus d'enseignement (les mathématiques savantes, la noosphère, les instituts de formation et la société en général). L'interrogation devrait aussi porter sur les transferts qui n'ont pas lieu et qui laissent certaines difficultés ou questions problématiques enfermées dans l'institution qui les identifie et formule. D'autre part, il s'agit d'analyser le rôle de la communauté de recherche dans cette dynamique.

Dans le cas spécifique de l'algèbre, on pourra partir des questions suivantes :

- Quelles perspectives ou quels résultats de la recherche en didactique de l'algèbre semblent être bien établis dans notre communauté de recherche ? Lesquels semblent plus instables ?

- Quelles perspectives ou résultats semblent avoir bien diffusé dans le système scolaire, en particulier avec les changements de programme ? Quelles limites ? Lesquels ont en revanche beaucoup de mal à être pris en compte, en particulier par les auteurs de manuels, les professeurs et pourquoi ?

- De nombreux travaux de recherche en didactique ont permis l'élaboration d'ingénieries riches visant l'introduction des expressions algébriques, des équations, des formules. Quelle diffusion dans les manuels ? Quelle exploitation dans les classes ? Quelles conditions de diffusion et de formation permettraient aux enseignants de les faire vivre de façon robuste ?

- Sous quelles conditions le croisement d'approches théoriques dans les recherches sur l'enseignement de l'algèbre pourrait-il favoriser la viabilité d'un enseignement rénové de l'algèbre ? Cette question inclut notamment la prise en charge des transitions institutionnelles.

- Quel est le rôle de la formation des enseignants dans cette diffusion ? Comment et à quelles conditions la formation des enseignants (contenus et modalités de formation) peut /pourrait-elle faciliter l'appropriation des résultats de recherche ? Quelle transposition didactique des résultats de la recherche à l'enseignement ? Sous quelles contraintes et conditions ?

- Quel est l'impact des résultats de la recherche dans la conception des environnements informatiques spécifiques pour l'apprentissage de l'algèbre ? Est-ce que les recherches incorporant la problématique des TICE, spécifiques ou non, changent les conditions de diffusion et comment ?

- Dans quelle mesure les recherches en didactique de l'algèbre contribuent-elles à l'étude des mécanismes à l'œuvre dans des processus transversaux, par exemple dans les processus de différenciation ? Le cas échéant, permettent-elles d'envisager des conditions à mettre en place pour réduire les effets de ces processus de différenciation dans l'enseignement, notamment d'envisager des processus de régulation adaptés aux besoins repérés d'apprentissage des élèves ?

## INTERVENANTS ET TITRES PROVISOIRES DES COURS

**Hamid Chaachoua** (Laboratoire LIG, Université Joseph Fourier, Grenoble)

Étude comparative d'approches théoriques utilisées dans les recherches sur l'apprentissage de l'algèbre élémentaire

**Brigitte Grugeon** (LDAR, Université Paris Diderot-Paris 7, IUFM de Créteil - UPEC) et **Sylvie Coppé** (UMR ICAR Université Lyon 2, CNRS, ENS Lyon, IUFM de Lyon, Université Lyon 1)

Étude multidimensionnelle de l'impact des travaux de recherche en didactique dans l'enseignement de l'algèbre élémentaire : quelles contraintes ? Quelles évolutions ? Quelles perspectives ?

## RÉFÉRENCES

- Bednarz N. (1996) *Approaches to Algebra: Perspectives for Research and Teaching*. Kluwer Academic Publishers
- Bosch M., Chevallard Y. (1999) La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 19(1), 77-124.
- Castela C. (2008) Travailler avec, travailler sur la notion de praxéologie mathématique pour décrire les besoins d'apprentissage ignorés par les institutions d'enseignement, *Recherches en didactique des mathématiques* 28(2), 135-18.
- Chevallard Y. (1985) Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège - Première partie. L'évolution de la transposition didactique *Petit x* 5, 51-94.

- Chevallard Y. (1989) Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège - Deuxième partie. Perspectives curriculaires : la notion de modélisation. *Petit x* 19, 43-75.
- Chevallard Y. (1990) Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège - Troisième partie. Voies d'attaque et problèmes didactiques. *Petit x* 23, 5-38.
- Coulange L. (2001) Enseigner les systèmes d'équations en Troisième, Une étude économique et écologique, *Recherches en Didactique des Mathématiques* 21(3), 305-353.
- Coulange, L., Drouhard, J.-P., Dorier, J.-L., Robert, A. (2012, coord.) *Enseignement de l'algèbre élémentaire. Bilan et perspectives*. Recherches en Didactique des Mathématiques, numéro spécial hors série.
- Drouhard J.-P. (1992) *Les écritures symboliques de l'algèbre élémentaire*, Thèse de doctorat, Université Paris 7.
- Gascon J. (1994) Un nouveau modèle de l'algèbre élémentaire comme alternative à l'« arithmétique généralisée », *Petit x* 37, 43-63.
- Grugeon B. (1997) Conception et exploitation d'une structure d'analyse multidimensionnelle en algèbre élémentaire, *Recherches en didactique des mathématiques* 17(2), 167-210.
- Grugeon-Allys, B. (2008). *Quelques apports de l'analyse multidimensionnelle : activités des élèves et pratiques des professeurs de mathématiques ; vers une modélisation*. Note de synthèse pour une HDR. Université de Picardie Jules Verne.
- Kieran C. (2007) Learning and teaching algebra at the middle school through college levels: Building meaning for symbols and their manipulation. In F. K. Lester (Ed.) *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp.707–762). Greenwich, CT: Information Age Publishing.
- Mercier A. (1992) *L'élève et les contraintes temporelles de l'enseignement. Un cas en calcul algébrique*. Thèse d'Université.
- Trgalova J., Chaachoua H. (2009) Relationship between design and usage of educational software: the case of Aplusix. In V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne & F. Arzarello (Eds.) *Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1429-1438). Lyon: INRP.
- Vergnaud G. (1988) Long terme et court terme dans l'apprentissage de l'algèbre. In C. Laborde (Ed.) *Actes du premier colloque franco-allemand de didactique* (pp. 189-199), Grenoble : La Pensée sauvage.

## PRESENTATION DU THEME 2 : PREMIERS APPRENTISSAGES NUMERIQUES (2 A 6 ANS)

Responsables CSO : Christine Chambris et Christine Mangiante,  
christine.chambris [arobase] iufm.u-cergy.fr ou christine.mangiante [arobase] lille.iufm.fr

La maîtrise des nombres et du calcul est essentielle pour vivre dans les sociétés modernes actuelles. Leur apprentissage constitue ainsi un enjeu majeur de l'enseignement des mathématiques dans toute la scolarité obligatoire. Le thème des premiers apprentissages numériques s'inscrit dans cette thématique centrale.

Les travaux de Piaget et ses collaborateurs (Piaget & Szeminska 1941) ont marqué les recherches sur les premiers apprentissages numériques. Leurs expériences sur la conservation des quantités sont bien connues, les enfants ne conservent les quantités (selon le protocole de Piaget) que vers 6-7 ans. En France, dans les années 70, ces travaux ont fortement inspiré les réformateurs de l'enseignement des mathématiques puisqu'à cette époque l'enseignement du nombre en maternelle a été retardé au profit d'activités « pré-numériques ». Depuis 1941, les résultats de Piaget ont été souvent revisités et certains des choix faits pour l'école en lien avec ses recherches ont été abandonnés.

### **Absence de synthèse sur les questions d'apprentissage**

Les expériences de Piaget sur la conservation ont fait l'objet de nombreuses controverses (Dehaene 1997 pour une synthèse). Plusieurs disciplines se sont emparées des questions portant sur les premiers apprentissages numériques : didactique des mathématiques, psychologie cognitive, psychologie du développement, neurosciences... Différents modèles ont été construits qui ont permis de produire, dans ces différents champs disciplinaires, de nombreux résultats. Mais, si la multiplicité des approches peut faciliter la compréhension d'un processus aussi complexe que la construction du nombre, il n'en reste pas moins que la question de leur articulation se pose. De quel fonds de connaissances la communauté des chercheurs en didactique des mathématiques dispose-t-elle sur la construction du nombre chez les enfants de 2 à 6 ans ?

Cette école d'été veut être l'occasion de présenter plusieurs points de vue, voire de les confronter ou de tenter de les concilier. Que sait-on, aujourd'hui, sur les apprentissages numériques des enfants de 2 à 6 ans ? Quels sont les résultats qui semblent établis ? Qu'est-ce qui, au contraire, continue à faire débat ?

Cette volonté de présentation de différents points de vue induit des questions. Que recouvre l'expression « premiers apprentissages numériques » pour chacun des modèles théoriques ? Quelles sont les questions ou les types de questions étudiés dans les différentes approches (Sfard & Lavie 2005, Siegler 2000, Margolinas & Wozniak 2012, Bideaud & al. 1991, Conne 1987-1988, Ramani & Siegler 2008) ? Quelle est la place des questions d'enseignement dans les recherches ? Est-il possible de mettre en regard les résultats produits ? Peut-on repérer des points de divergence ? Peut-on tenter de concilier certains résultats ?

Quelle place occupent les désignations symboliques des nombres ou le langage, le non-symbolique, les « quantités » ou les doigts, le continu ? Quelle place pour le calcul ?

Quelle place occupent les interactions sociales ou la résolution de problèmes ?

Quels sont les enjeux qui pèsent sur les premiers apprentissages numériques et leur définition scolaire ? En particulier, que sait-on sur les « effets » à long terme de ces « premiers » apprentissages numériques ?

## **Et pourtant certaines recherches « diffusent » dans l'enseignement**

En France, cette absence de synthèse commune n'a pas empêché la diffusion dans l'enseignement de certains résultats tels les travaux de Piaget au moment de la réforme des mathématiques modernes. Plus récemment, plusieurs ouvrages sur les premiers apprentissages numériques aux références théoriques plus ou moins marquées et diverses (ERMEL 1990, Brissiaud 1989, Briand & al. 2004) ont pénétré les milieux de l'enseignement à l'école maternelle et au début de l'école élémentaire.

Au-delà d'un état des lieux des résultats produits, cette école d'été pose la question de la compréhension des phénomènes de diffusion (parfois non contrôlée). Quels résultats « diffusent » dans l'enseignement et pourquoi ?

Le curriculum actuel pour les premiers apprentissages numériques reflète-t-il des modèles théoriques ? A défaut, laisse-t-il apparaître, de façon moins structurée, des traces de travaux de recherche (Artigue & Houdement 2007) ? Peut-on en déceler un certain impact dans les programmes et leurs documents d'accompagnement, dans les ressources pour la formation ? La multiplicité constatée des approches dans le domaine de la recherche a-t-elle des conséquences sur les choix d'enseignement, en particulier sur leur cohérence ? A-t-elle des effets, positifs ou négatifs, sur la prise en charge des difficultés des élèves (Meljac 2011) ?

## **Vers une intervention plus contrôlée ?**

Si la volonté d'améliorer le fonctionnement du système éducatif en y important des résultats de recherche est légitime, cette transposition demeure un exercice difficile.

1) Qu'est-ce qui, dans les différentes recherches sur les premiers apprentissages numériques, semble particulièrement utile pour l'enseignement à l'école maternelle ou au tout début de l'école primaire ? Quels résultats devraient être prioritairement importés dans l'enseignement et sous quelles conditions ? Pour les enseignants et pour les élèves ? Pour les formateurs ? Pour les auteurs de ressources ? Pour les programmes ?

2) Sur ce thème des premiers apprentissages numériques, dans quelle mesure les chercheurs en didactique peuvent-ils intervenir (directement ou non) pour faire évoluer l'institution ? Quelles sont les conditions de cette intervention ? Avec quelles marges de manœuvre ? A quel niveau d'impact ? Celui des programmes et des instructions officielles, celui des situations proposées dans les manuels et dans les classes, ou encore au niveau de la formation des enseignants ?

## **INTERVENANTS ET TITRES PROVISOIRES DES COURS :**

**Claire Margolinas** (Laboratoire ACTé, Université Blaise Pascal, Clermont-Université) et **Floriane Wozniak** (IUFM d'Alsace, IRIST, Université de Strasbourg)

Le nombre comme mémoire de la position : un révélateur des besoins épistémologiques des professeurs

**Anna Sfard** (University of Haifa, Israel et Michigan State University, USA)

Early development of numerical thinking - the discursive view.

**Jean-Paul Fischer** (Université de Lorraine)

La distinction procédural/déclaratif appliquée aux premiers apprentissages numériques.

## **RÉFÉRENCES**

Artigue M., Houdement C. (2007) Problem solving in France: didactic and curricular perspectives. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education* 39 365-382.

- Baroody A. J. (1991) Procédures et principes de comptage : leur développement avant l'école. In J. Bideaud, C. Meljac, J.-P. Fischer (éds) *Les chemins du nombre*. Lille : Presses Universitaires de Lille.
- Bideaud J., Meljac C., Fischer J.-P. (éds) (1991) *Les chemins du nombre*. Lille : Presses Universitaires de Lille.
- Briand J. (1999) Contribution à la réorganisation des savoirs pré-numériques et numériques. Étude et réalisation d'une situation d'enseignement de l'énumération dans le domaine pré-numérique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 19(1), 41-76
- Briand J., Loubet M., Salin M.-H. (2004) *Apprentissages mathématiques en maternelle : situations et analyses* (CDROM). Paris : Hatier
- Brissiaud R. (1989) *Comment les enfants apprennent à calculer*. Paris: Retz
- Conne F. (1987) Comptage et écriture des égalités dans les premières classes d'enseignement primaire. *Math-École* 128 2-12
- Conne F. (1987) Entre comptage et calcul. *Math-Ecole*. 130 11-23
- Conne F. (1988) Numérisation de la suite des nombres et faits numériques. *Math-Ecole*. 132 26-31 et 133 20-23.
- Conne F. (1988) Calculs numériques. *Math-Ecole*. 135 23-36.
- Dehaene S. (1997). *The number sense: How the mind creates mathematics*. Oxford, England: Oxford University Press.
- ERMEL (1990) *Apprentissages numériques et résolution de problèmes*. Volume dirigé par J. Colomb, recherche sous la responsabilité de R. Charnay, J. Douaire, J.-C. Guillaume et D. Valentin. Paris : Hatier.
- Fayol M. (2012) *L'acquisition du nombre*. Que sais-je ? Paris : Presses Universitaires de France
- Fischer J.-P. (1981). Développement et fonctions du comptage chez l'enfant de 3 à 6 ans. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 2, 277-302.
- Fischer J.-P. (1984). L'appréhension du nombre par le jeune enfant. *Enfance*, 2, 167-187.
- Fischer J.-P. (2004). L'appréhension différenciée des trois premiers nombres et des suivants: une approche par le tri libre. *Psychologie & Education*, 3, 57-72.
- Fischer J.-P. (2005). La comparaison de multitudes: une étonnante faculté du jeune enfant ? *Bulletin de Psychologie*, 58 (4), 411-423.
- Fischer J.-P., Bocéréan C. (2004a). Les modèles du développement numérique à l'épreuve de l'observation. *Bulletin de Psychologie*, 57 (2), 191-202.
- Fischer J.-P., Bocéréan C. (2004b). Impact de la réforme de 1970 sur les connaissances numériques des jeunes enfants. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 9, 83-100.
- Fischer J.-P. (2005) Le bébé numérique In A. Van Hout, C. Meljac, J.-P. Fischer (éds.) *Troubles du calcul et dyscalculies chez l'enfant*. 2e édition Paris : Masson. 76-91
- Fischer J.-P. (2012) *De la dyscalculie à l'innumérisme*. Consulté le 6 août 2012. <http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/dossier-manifestations/conference-nationale/contributions/conference-nationale--fischer>
- Fuson K. (1991) Relations entre comptage et cardinalité chez les enfants de deux à huit ans. In J. Bideaud, C. Meljac, J.-P. Fischer (éds) *Les chemins du nombre*. Lille : Presses Universitaires de Lille.
- Margolinas C., Wozniak F. (2012) *Le nombre à l'école maternelle : approche didactique*. De Boeck.
- Meljac C. (2005) Piaget, Broca, Poincaré, Mc Closkey et quelques autres. In A. Van Hout, C. Meljac, J.-P. Fischer (éds.) *Troubles du calcul et dyscalculies chez l'enfant*. 2e édition Paris : Masson. 123-140
- Opfer J. E., Siegler R. S. (2012) Development of Quantitative Thinking. In K. J. Holyoak, R. G. Morrison (éds) *The Oxford Handbook of Thinking and Reasoning*. 585-605.
- Piaget J., Szeminska A. (1941) *La genèse du nombre chez l'enfant*. Neuchâtel : Delachaux et Niestlé
- Ramani G. B., Siegler R. S. (2008) Promoting Broad and Stable Improvements in Low-Income Children's Numerical Knowledge Through Playing Number Board Games. *Child Development*. 79(2) 375-394
- Ricco G., Menotti G., Boyer C., Larere C., Numa Bocage L., Allenbach L. (2008) L'hétérogénéité des rapports des élèves au domaine numérique au début et à la fin de la première année de l'école élémentaire. *Recherches en didactique des mathématiques*. 28(3) 279-318
- Roditi E. (2005) L'éducation face aux théories de la construction du nombre chez l'enfant. *Spirale - Revue de Recherches en Éducation*. 36. 37-52.
- Siegler R. S. (2000) *Intelligences et développement de l'enfant. Variations, évolution, modalités*. Bruxelles : De Boeck Université.
- Sfard A., Lavie I. (2005) Why cannot children see as the same what grown-ups cannot see as different?- Early numerical thinking revisited. *Cognition and Instruction*. 23(2), 237-309
- Van Hout A., Meljac C., Fischer J.-P. (2005) *Troubles du calcul et dyscalculies chez l'enfant*. 2e édition. Paris : Masson

## PRESENTATION DU THEME 3 : LES ELEVES EN DIFFICULTE DANS L'ENSEIGNEMENT ORDINAIRE

Responsable CSO : Sophie Gobert, sophie.gobert [arobase] univ-nantes.fr

### **Introduction**

En didactique des mathématiques, la prise en compte de la question des « élèves en difficulté » a évolué de l'étude des difficultés des élèves à l'étude des élèves en difficulté. En effet, les travaux de la fin des années 70 et tout au long des années 80, relatifs à « la difficulté », s'intéressent aux interprétations et modélisations des erreurs des élèves, des conceptions et représentations relatives à certaines notions. Depuis le début des années 90 la problématique bascule du côté de l'étude de phénomènes d'enseignement et d'apprentissages des mathématiques avec un public particulier d'élèves.

La considération de ces questions didactiques s'est amplifiée au contact de la confrontation de nos théories à la contingence des réalités du système éducatif : la modélisation du sujet (élève ou professeur) s'est ouverte, d'un sujet épistémique à un sujet capable, cognitif, social... ; l'analyse des dynamiques des interactions didactiques s'est affinée ; la prise en compte de la nature des contraintes qui pèsent sur les systèmes didactiques a marqué une évolution. Par ailleurs, les articulations entre recherches en didactique des mathématiques et recherches dans d'autres sciences (sociales, cognitives, sciences du langage) se sont également développées, permettant de discuter les cadres théoriques, concepts, outils et méthodologies spécifiques de « la difficulté didactique ». Enfin, les travaux de recherche sur l'enseignement des mathématiques auprès des publics spécifiques ou dans des contextes particuliers, développés depuis une trentaine d'années permettent également d'éclairer les questions relatives à la prise en compte didactique de *tous* les élèves dans les classes ordinaires.

Il s'agit, à l'occasion de la 17<sup>ème</sup> école d'été, de faire le point sur ce dont la communauté de recherche en didactique des mathématiques dispose pour répondre au défi, posé par la société et le système éducatif, d'agir sur la prise en compte des « élèves en difficulté ». Les questions envisagées pour le thème 3 sont alors les suivantes : de quelles théories, concepts ou outils spécifiques, les didacticiens des mathématiques disposent-ils ou construisent-ils pour aborder les problèmes relatifs aux élèves en difficulté dans l'enseignement ordinaire, pour les confronter à la contingence, et impacter éventuellement le système éducatif ? En quoi ces résultats intéressent-ils effectivement et agissent-ils ou non sur l'évolution du système éducatif ?

### **Des travaux porteurs**

Le thème 3 de la 17<sup>ème</sup> école d'été fait suite au thème « Différenciations et Hétérogénéités » abordé en 2005 (Rouchier & Bloch, 2008). À cette occasion, les cours et les TD associés avaient permis d'éclairer l'existence de processus différenciateurs dans l'enseignement des mathématiques à différents niveaux de la scolarité (école primaire, collège, lycée) et selon des points de vue et cadres d'approches divers. Castela, en adoptant une entrée didactique multi cadres, mettait en évidence des positions différentes du sujet élève en résolution de problème et par suite, pointait les différenciations afférentes dans le processus de dévolution (Castela, 2008) ; Sarrazy, en considérant la dimension anthropologique du didactique, caractérisait différents types d'hétérogénéités présents au sein du système didactique (Sarrazy, 2008) ; et Bautier exposait un point de vue, développé en sociologie, sur l'impact des pratiques enseignantes dans la construction des inégalités scolaires (Bautier, 2008).

Par ailleurs, depuis une trentaine d'années, se dégagent d'un ensemble important de travaux en didactique des mathématiques à différents niveaux de la scolarité, trois problématiques (au moins, et non disjointes) cruciales, en émergence déjà dans le travail inaugural de Perrin-Glorian concernant les « questions didactiques soulevées par l'enseignement des mathématiques dans les classes faibles » (Perrin-Glorian, 1993, 1997) : les pratiques enseignantes ; le rapport au savoir et les processus de dévolution et d'institutionnalisation ; les enjeux sémiotiques. Ces points sont succinctement précisés ci-dessous.

### ***Les pratiques enseignantes : des élèves aux enseignants et réciproquement***

Un certain nombre de travaux, menés avec des cadres théoriques et méthodologiques spécifiques de l'analyse des pratiques enseignantes, ont permis depuis plusieurs années de repérer des phénomènes d'enseignement et d'apprentissage spécifiques à l'étude des élèves en difficulté dans les contextes de ZEP (Peltier, 2004, Charles-Pézar, 2010 ; Charles-Pézar, Butlen & Masselot, 2012). Ces chercheurs et leurs collaborateurs travaillent en effet à pointer de plus en plus finement les contraintes, dilemmes ou difficultés pesant sur les enseignants : travailler le sens d'un concept et les algorithmes qui lui sont inhérents, articuler les connaissances anciennes des élèves aux nouvelles connaissances objets d'apprentissage, gérer la complexité de la situation de classe, travailler sur un temps long et évaluer régulièrement, placer les élèves dans une logique de réussite ou dans une logique d'apprentissage, prendre en compte les contraintes didactiques liées aux cheminements cognitifs des élèves. Ils mettent en évidence des dimensions organisatrices des pratiques comme par exemple : l'installation de la paix scolaire, l'exercice d'une vigilance didactique ou la gestion du couple de processus dévolution/institutionnalisation (Charles-Pézar, Butlen & Masselot, 2012).

### ***Pratiques d'enseignement et construction d'inégalités dans les apprentissages scolaires***

D'autres travaux en didactique rejoignent des problématiques issues de recherches menées en sociologie de l'éducation, sur les élèves en difficulté ou sur la construction d'inégalités scolaires (Bautier, 2007 ; Bonnéry, 2007 ; Rochex & Crinon, 2011). Dans ces recherches, les pratiques d'enseignement et leurs effets sur les apprentissages des mathématiques sont interrogés au regard des implicites de ces pratiques, des règles du jeu didactique plus ou moins laissées en responsabilité aux élèves, comme autant de vecteurs potentiels de différenciation dans ces apprentissages (Bonnéry & Coulange, 2008 ; Laparra & Margolinas, 2011). Certains de ces travaux reconsidèrent le rôle des processus complémentaires de dévolution et d'institutionnalisation sur la construction d'inégalités dans les apprentissages, et ce, à l'instar de recherches antérieures ou conduites par ailleurs (Perrin-Glorian, 1993 ; Butlen & Pézar, 2003 ; Castela, 2008 ; Charles-Pézar 2010). Notamment, la question de l'institutionnalisation comme conditionnant la visibilité des savoirs dans les situations d'enseignement et la façon dont les élèves investissent de façon potentiellement différente ces situations y paraît centrale (Coulange, 2011 ; Margolinas et Laparra, 2011). Cette question peut d'ailleurs conduire à interroger les régimes de détermination des pratiques d'enseignement et de leurs effets différenciateurs sur les apprentissages d'un point de vue à la fois sociologique et didactique (Rochex, 2011 ; Coulange et Rochex 2012).

### ***Les processus interprétatifs dans les échanges didactiques en adaptation scolaire***

Quelle est la spécificité des élèves en difficulté dans l'enseignement ordinaire, au-delà d'être de bons révélateurs de difficultés inhérentes à tout apprentissage, et de bons révélateurs pour la mise en évidence d'étapes de conceptualisation ou pour développer des analyses plus fines (épistémologiques, didactiques, ...) concernant les contenus d'enseignement ? Les travaux de recherches dans le contexte de l'adaptation scolaire permettent d'apporter des éclairages à cette question concernant les élèves de l'enseignement ordinaire. Ils amènent à

repérer une spécificité essentielle : la sensibilité très accrue aux processus interprétatifs dans la relation didactique (Conne, 2008 ; Giroux (à paraître)) et la nécessité de la prise en considération des interactions de connaissances dans les processus didactiques (Conne, Favre et Giroux, 2006 ; Giroux, 2008).

## INTERVENANTS ET DESCRIPTION PROVISOIRE DES COURS

Les trois cours proposés lors de la 17<sup>ème</sup> école d'été pour le thème « les élèves en difficulté dans l'enseignement ordinaire » visent à explorer l'évolution des recherches en didactique sur les points précédents (ou d'autres en fonction des choix des chargés de cours), à en étudier leur impact sur le système éducatif, et/ou réciproquement à questionner la prise en compte des contraintes du système dans ces recherches, à poser de nouvelles questions de recherche ou en reconstruire certaines. Ainsi, après quarante années de développement de la didactique des mathématiques, il s'agit de faire le point sur nos savoirs concernant « les élèves en difficulté en mathématiques dans l'enseignement ordinaire », dans une perspective épistémologique d'évolution de notre discipline, et dans une perspective de confrontation à l'évolution des réalités du système éducatif et au développement d'autres champs de recherche travaillant sur ce thème (en particulier les sciences cognitives et les sciences sociales). Ainsi, il importe de considérer les apports de trois grandes perspectives de recherche en didactique des mathématiques : **Monique Charles-Pézar**d (LDAR, UPEC, IUFM de Créteil) et **Pascale Masselot** (LDAR, Universités Paris-Diderot et de Cergy-Pontoise, IUFM) sur les travaux menés dans le cadre des contextes spécifiques du travail en ZEP à l'école primaire et au début du collège, en privilégiant l'axe « pratiques enseignantes et cheminements cognitifs des élèves » depuis leur observatoire en ZEP dans le premier degré ; **Lalina Coulange** (Equipe E3D - Laboratoire LACES, Université de Bordeaux) sur les travaux menés en didactique des mathématiques en collaboration avec les approches sociologiques actuelles, en privilégiant l'axe « pratiques d'enseignement et construction d'inégalités dans les apprentissages scolaires », depuis son observatoire de travail conduit en partie en collaboration avec des sociologues dans le cadre du réseau RESEIDA (REcherches sur la Socialisation, l'Enseignement, les Inégalités et les Différenciations dans les Apprentissages) ; **Jacinthe Giroux** (Université du Québec à Montréal) sur les travaux menés dans l'enseignement spécialisé comme contributeurs indispensables pour penser ceux développés dans l'enseignement ordinaire, en privilégiant l'axe « processus interprétatifs », depuis son observatoire basé aussi bien dans l'enseignement spécialisé que dans l'enseignement ordinaire.

## REFERENCES

- Bautier, E. (2008) « Pratiques scolaires et inégalités sociales », In Rouchier, A, Bloch, I. (Coord.). *Perspectives en didactique des mathématiques Cours de la XIII<sup>ème</sup> École d'été de didactique de mathématiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Bonnéry S. (2007) *Comprendre l'échec scolaire*. Paris, La Dispute
- Bonnéry S., Coulange L. (2008) Pratiques scolaires et inégalités sociales, études de cas en CM2-Sixième, Rouchier, A, Bloch, I. (Coord.). *Perspectives en didactique des mathématiques Cours de la XIII<sup>ème</sup> École d'été de didactique de mathématiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage. CDRom.
- Butlen D., Pézar M. (2003) Étapes intermédiaires dans le processus de conceptualisation en mathématiques. *Recherches en didactiques des mathématiques*, 23(1), 41-78.
- Castela C. (2008) Approches didactique des processus différenciateurs dans l'enseignement des mathématiques : l'exemple des apprentissages relatifs à la résolution de problèmes, In Rouchier A, Bloch I. (Coord.). *Perspectives en didactique des mathématiques Cours de la XIII<sup>ème</sup> École d'été de didactique de mathématiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Charles-Pézar M. (2010) Installer la paix scolaire, exercer une vigilance didactique. *Recherches en didactique des mathématiques* 30 (2), 197-261
- Charles-Pézar M., Butlen D., M., Masselot P., (2012) *Professeurs des écoles débutants en ZEP : quelles pratiques ? Quelle formation ?*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

EE17 - Informations scientifiques

17 décembre 2012

- Conne F. (2008) L'expérience comme signe didactique indiciel. *Recherches en didactique des mathématiques*, 28(2), 219-264.
- Conne F., Favre J.-M. & Giroux J., (2006) Répliques didactiques aux difficultés d'apprentissage des mathématiques : le cas des interactions de connaissances dans l'enseignement spécialisé. In Doudin P.-A. & Lafortune L. (éds) *Intervenir auprès d'élèves ayant des besoins particuliers*. Presses de l'Université du Québec.
- Coulangue L. (2011) Quand les savoirs mathématiques à enseigner deviennent incidents. Étude des pratiques d'enseignement des mathématiques d'une enseignante de CM2, In Rochex J.-Y. & Crinon J. (Eds) *La construction des inégalités scolaires ; Au cœur des pratiques et des dispositifs d'enseignement* Rennes : PUR.
- Coulangue L., Rochex J.-Y. (2012) La construction des inégalités scolaires : approches sociologique et didactique, *Communication au séminaire National de Didactique des Mathématiques d'octobre 2012*.
- Giroux (à paraître) Étude des rapports enseignement/apprentissage des mathématiques dans le contexte de l'adaptation scolaire : Problématique et repères didactiques. *Education et Didactique*.
- Giroux J. (2008) Conduites atypiques d'élèves du primaire en difficulté d'apprentissage. *Recherches en didactique des mathématiques* 28 (1), 9-62.
- Laparra M., Margolinas C. (2011) Quand les maîtres contribuent à leur insu à renforcer les difficultés des élèves. In Rochex, J.-Y. & Crinon, J. (Eds) *La construction des inégalités scolaires ; Au cœur des pratiques et des dispositifs d'enseignement*. Rennes : PUR.
- Margolinas C., Laparra M. (2011) Des savoirs transparents dans le travail des professeurs à l'école primaire. In Rochex, J.-Y. & Crinon, J. (Eds) *La construction des inégalités scolaires ; Au cœur des pratiques et des dispositifs d'enseignement*. Rennes : PUR.
- Peltier M.-L. (Coord.) (2004) *Dur pour les élèves, dur pour les enseignants, dur d'enseigner en ZEP*. Grenoble : La Pensée Sauvage
- Perrin-Glorian M.-J. (1993) Questions didactiques soulevées à partir de l'enseignement des mathématiques dans des classes « faibles ». *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12, 5-118.
- Perrin-Glorian M.-J. (1997) Que nous apprennent les élèves en difficulté en mathématiques ? *Repères-IREM*, 29, 43-66.
- Rochex J.-Y. (2011) Conclusion la fabrication de l'inégalité scolaire : une approche bernsteinienne, In Rochex J.-Y. & Crinon J. (Eds) *La construction des inégalités scolaires ; Au cœur des pratiques et des dispositifs d'enseignement* Rennes : PUR.
- Rochex J.-Y. & Crinon J. (2011) *La construction des inégalités scolaires ; Au cœur des pratiques et des dispositifs d'enseignement*. Rennes : PUR.
- Rouchier A, Bloch I. (Coord.) (2008) *Perspectives en didactique des mathématiques Cours de la XIIIème École d'été de didactique de mathématiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- Sarrazy B. (2008) Différencier les hétérogénéités dans l'enseignement des mathématiques. Tenants idéologiques et enjeux didactiques.. In Rouchier, A, Bloch, I. (Coord.) *Perspectives en didactique des mathématiques Cours de la XIIIème École d'été de didactique de mathématiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

## PRESENTATION DU FIL ROUGE

Responsables CSO : Christophe Hache et Magali Hersant, christophe.hache[arobase]univ-paris-diderot.fr, magali.hersant[arobase]univ-nantes.fr

L'objectif du fil rouge est de travailler explicitement chacune des deux séries de questions du thème fédérateur. Des moments de débats et de courtes conférences, correspondant à des points de vue différents, alimenteront des tables rondes. Interviendront notamment :

- **Jacques Douaire** (LDAR, IUFM de Versailles, UCP) sur la question des apprentissages numériques, en référence aux travaux d'ERMEL ;
- **Jean-François Chesné** (DEP) sur les conditions institutionnelles qui ont permis ou au contraire limité la diffusion des travaux de didactique ;
- **Carl Winslow** (Université de Copenhague) sur la compatibilité entre entrée par compétences et entrée disciplinaire pour l'enseignement des mathématiques ;
- **Maggy Schneider** (Institut mathématique de Liège) sur ce que la recherche en didactique peut apporter par rapport au fonctionnement idéologique de l'approche par compétences.

## DISPOSITIFS D'ETUDE DE L'ECOLE D'ETE DE DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES

L'école d'été propose aux participants de travailler à partir d'avancées récentes et significatives des recherches, elle organise des échanges avec des équipes qui y ont contribué. Elle est un lieu de confrontations et de débats scientifiques ainsi qu'un lieu de formation des chercheurs en didactique des mathématiques, pour lesquels elle constitue un outil de travail.

Les plages de travail se déroulent en plénière ou en groupes. Divers dispositifs sont prévus.

### **Plages de travail en plénière : cours**

Un cours fait le point des dernières avancées de la recherche sur un thème donné. Il est issu d'un travail de synthèse théorique et doit, d'une part, assumer clairement une intention didactique, d'autre part, assurer l'articulation avec les groupes de travail qui lui sont associés.

La durée d'un cours est de 1h30. Chaque cours est suivi d'un moment d'échanges.

### **Plages de travail en groupes : travaux dirigés ou ateliers**

Chaque groupe de travail est associé à un thème. Sa durée est importante afin de permettre une étude approfondie : en général 4h30 réparties en plusieurs séances. Chaque séance peut être composée de moments différents (travaux dirigés, ateliers ou présentations de travaux) mais la part des travaux dirigés, qui suppose la mise en activité des participants, devra être significative.

Ces séances de travail peuvent avoir trois fonctions : rendre opérationnels certains concepts ou techniques d'étude présentés dans les cours, illustrer les cours, présenter des travaux en relation avec le thème.

### **Courtes conférences et tables rondes**

Dans le cadre du fil rouge, ces deux modalités de travail, associées aux groupes de débat, permettront de travailler plus spécifiquement le thème fédérateur.

### **Groupes de débat**

Un dispositif spécifique visant à favoriser l'expression des questions de tous les participants est organisé. Les participants pourront échanger en petits groupes et formuler les questions qu'ils souhaitent poser lors des tables rondes du dispositif « fil rouge ».

### **Communications orales et affichées**

L'école d'été est un lieu de diffusion des travaux de recherche. Les participants de la 17<sup>e</sup> École d'été de didactique des mathématiques ont la possibilité de proposer des communications. Des séances plénières sont consacrées à la présentation d'une sélection de recherches en cours, sous forme d'exposés successifs d'une durée de 10 minutes chacun. Des communications affichées permettent à d'autres chercheurs d'exposer leurs travaux pendant toute la durée de l'école.

Les modalités pour soumettre une communication sont indiquées dans les « informations pratiques ».

### **Plage ARDM**

Une plage de deux heures est consacrée à des questions choisies par le comité de l'ARDM.

### **Débat final**

Une plage de deux heures est consacrée au bilan de l'école, il s'agira notamment de discuter de l'école d'été, de ses dispositifs et de son avenir. Ce bilan associe le comité d'évaluation de l'école d'été et le comité de l'ARDM.

### **Bibliothèque et site de l'école**

Une bibliothèque est mise à la disposition des participants pendant la durée de l'école, elle constitue une aide à l'étude. Pour permettre aux participants de travailler les contenus des interventions, avant ou après ces dernières, le site de l'école d'été proposera un accès à des documents numériques.

### **Actes**

Les actes des écoles d'été sont des documents importants qui doivent servir de référence pour les chercheurs ayant ou non participé à l'école. Les actes, sous la forme de publication papier ou sous la forme de Cdrom, rendent compte de l'ensemble des activités, ils répondent à des critères de qualité d'une édition scientifique, ils seront publiés environ un an après la fin de l'école.