

# 17<sup>E</sup> ECOLE D'ETE DE DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES

INFORMATIONS SCIENTIFIQUES

# SOMMAIRE

Les thèmes de l'école d'été .....	3
Rôles et places de la didactique et des didacticiens des mathématiques dans la société et dans le système éducatif .....	3
L'algèbre .....	5
Premiers apprentissages numériques (2 à 6 ans) .....	13
Les élèves en difficulté dans l'enseignement ordinaire .....	23
Fil rouge .....	34

## LES THEMES DE L'ECOLE D'ETE

### ROLES ET PLACES DE LA DIDACTIQUE ET DES DIDACTICIENS DES MATHEMATIQUES DANS LA SOCIETE ET DANS LE SYSTEME EDUCATIF

Ce thème général peut se décliner en plusieurs groupes de questions qui correspondent à des approches différentes. Nous en avons retenu deux.

#### *Première approche : la diffusion des savoirs de didactique des mathématiques*

Une première série de questions porte sur les savoirs de didactique et leur diffusion effective dans différentes institutions : universités et instituts de formation, système éducatif, noosphère (notamment dans les lieux où s'élaborent les curricula), les différentes communautés de recherche susceptibles d'être concernées par l'élaboration, l'organisation ou l'utilisation de ces savoirs.

Pour apporter des éléments de réponses à ces questions, il peut être nécessaire de s'interroger sur l'histoire et les conditions d'élaboration de ces savoirs : à partir de quels questionnements ces savoirs ont-ils été construits ? Dans quelle chronologie ? Pour quels usages ?

De même, cela peut amener à interroger la résistance des savoirs ainsi construits, les liens et les tensions qu'ils entretiennent, leur évolution.

Poser la question de la diffusion des résultats de didactique amène à se questionner non seulement sur ce qu'est un résultat, sa portée, son écologie mais aussi sur les effets et la pertinence de cette diffusion. Dans quelle mesure, les didacticiens peuvent-ils intervenir sur l'évolution des savoirs travaillés dans ces institutions, voire de ces institutions ? Quelles sont les conditions de cette intervention ? Avec quelles marges de manœuvre ? Qui les détermine, en fonction de quelles contraintes et de quels buts ?

Les travaux en didactique des mathématiques, à leur début sont fortement articulés à une volonté de modifier l'enseignement des mathématiques en France (même si l'on ne pensait pas forcément à appliquer directement les recherches). Rappelons en effet que les travaux de Brousseau, Chevallard et Douady (pour ne citer qu'eux) voient le jour dans des IREM et qu'ils se veulent force de propositions après la réforme des mathématiques modernes. Aujourd'hui, alors que de nombreux travaux en didactique des mathématiques ont été produits, et longtemps après avoir achoppé sur la reproductibilité des situations, il apparaît intéressant de faire un bilan (même local à un thème) de l'impact de ces travaux sur l'enseignement – apprentissage des mathématiques en France. Plusieurs niveaux d'impact peuvent se distinguer si l'on suit le chemin de la transposition didactique des savoirs, et en particulier les programmes et les IO ; les situations proposées dans les manuels et dans les classes ; la formation des enseignants.

L'objet de cette première série de question, outre de pointer pour tel ou tel domaine de savoirs mathématiques l'impact des travaux, est aussi de dégager une compréhension des conditions qui ont limité ou au contraire favorisé cet impact.

#### *Seconde approche : les didacticiens dans l'institution et le système scolaire*

Une seconde série de questions a trait aux interrogations qui sont adressées aux didacticiens par différentes institutions. Comment les didacticiens répondent-ils aux grandes questions posées par l'institution et l'évolution du système éducatif ? Comment répondent-ils aux défis

posés au système éducatif par la société et par son évolution ? Comment prendre en compte ou intervenir sur les mutations à venir (d'ordres scientifiques, technologiques, sociales, éthiques, etc.) ? Comment penser l'évolution des recherches en didactique dans ce cadre ? Comment intervenir sur l'évolution du système éducatif à court, moyen et plus long terme ?

Il ne s'agit pas lors de cette école d'été de céder aux éventuelles sirènes de l'utilitarisme mais d'essayer de dresser après presque un demi-siècle de recherche un bilan et des perspectives.

## THEMES

Il nous semble indispensable de traiter ces questions à partir de thèmes particuliers qui seront des points d'appui pour une réflexion plus générale dans le cadre d'un dispositif « fil rouge » spécifique. Nous avons choisi deux thèmes mathématiques -- l'algèbre et les premiers apprentissages numériques (2 à 6 ans) -- et un thème portant sur un public élève : les élèves en difficulté dans l'enseignement ordinaire.

Les deux thèmes mathématiques correspondent à deux états de la recherche qui diffèrent sur plusieurs critères et devraient donc permettre un éclairage différent des questions. Le travail d'édition effectué dans le cadre de l'élaboration récente d'un volume de RDM en algèbre a permis un premier état des lieux des recherches sur le thème. Celui-ci constitue une ressource précieuse pour les auteurs des cours qui sur cette base pourront répondre aux questions posées ci-dessus et notamment à celles relatives aux impacts de ces recherches. Par contre, le thème des premiers apprentissages numériques n'a pas fait l'objet, depuis de nombreuses années, d'un travail identique. L'école d'été sera l'occasion de mettre en relation les différentes approches de la question, de les comparer et d'évaluer l'état de la réflexion dans les différents champs disciplinaires concernés. La question de l'impact des recherches sur le système éducatif se pose de ce fait de manière différente.

L'entrée « les élèves en difficulté dans l'enseignement ordinaire » se décline de plusieurs manières. Il peut autant s'agir de faire le point de la recherche en didactique des mathématiques sur le sujet que de replacer la question de la difficulté en mathématiques dans le cadre plus large du diagnostic et du traitement de la difficulté scolaire en général. Les questions peuvent se regrouper autour de plusieurs pôles : diagnostic (côté élèves) des difficultés des élèves (général ou centré sur des contenus spécifiques) et origines possibles de ces difficultés, traitement des difficultés repérées, liens entre difficultés des élèves (potentielles ou repérées) et pratiques enseignantes, prise en compte des contextes sociologiques, etc. Cela pourra être l'occasion d'aborder la question des défis posés par le système éducatif et la société en général : traitement de la difficulté scolaire, étude et traitement de la différenciation scolaire, évaluation mais aussi socle commun, compétences, etc.

## L'ALGÈBRE

### PRESENTATION DU THEME

Le thème de l'algèbre et plus spécifiquement celui de l'algèbre scolaire a été très présent dans la recherche en didactique de notre communauté, bien que les travaux produits n'aient pas toujours été beaucoup diffusés à l'extérieur, que ce soit dans la recherche internationale ou dans le système d'enseignement. La revue *Recherches en Didactique des Mathématiques* vient de faire un effort dans cette voie, par la publication d'un numéro spécial qui présente un bilan des travaux récents sur ce sujet, avec des études qui parcourent un terrain très vaste des mathématiques enseignées, depuis la fin du primaire jusqu'à l'université.

L'algèbre peut à cet effet apparaître comme un cas d'étude spécialement paradigmatique lorsque l'on s'interroge sur les rôles et places de la didactique des mathématiques et des didacticiens dans la société. Le travail algébrique n'a en effet jamais cessé d'apparaître, pour les didacticiens, comme une source importante de difficultés pour les enseignants venant ainsi alimenter sans arrêt les problèmes de la profession, que ce soit au sujet des changements de programmes, de l'incorporation des TICE ou des pressions à propos de l'initiation pré-algébrique ou l'early algebra. Du côté de la recherche, ces difficultés ont été abordées selon des problématiques très variées et parfois très éloignées du questionnement vécu par les acteurs du système d'enseignement. Les toutes premières études sur les évolutions du processus de transposition didactique ont mis en évidence une certaine indéfinition de l'algèbre en tant que domaine des mathématiques enseignées, ainsi que d'importantes contraintes d'origine culturelle qui pèsent sur son enseignement, en particulier celles qui pèsent sur le formalisme et, plus généralement, sur le travail écrit qui est intrinsèque à l'algèbre. D'autres recherches ont pris comme perspective l'analyse des pratiques enseignantes dans une perspective « naturaliste » ou à partir de la mise en place d'ingénieries basées sur des propositions parfois fort éloignées de l'enseignement traditionnel. De nombreuses recherches se sont centrées sur l'utilisation des TICE ou l'usage d'environnements informatiques spécifiques pour l'apprentissage de l'algèbre. Et en aucun cas, elles n'ont négligé d'aborder un questionnement épistémologique de fond sur la nature du travail algébrique et ses composants, enrichi par des apports linguistiques ou sémiotiques, toujours dans l'objectif de mieux cerner l'univers des possibles et de déterminer les conditions locales qui permettraient un enseignement rénové du domaine, en filiation directe avec le travail mathématique du primaire et en le rattachant au monde des fonctions et du calcul différentiel auquel il prépare.

Nous nous proposons d'aborder cette variété de problématiques et de problématiques en nous centrant sur les deux thèmes transversaux de l'école d'été. D'une part, les impacts ou transferts, effectifs ou potentiels, qui peuvent avoir lieu entre la recherche en didactique, la profession d'enseignant, et les autres instances qui interviennent dans les processus d'enseignement (les mathématiques savantes, la noosphère, les instituts de formation et la société en général). L'interrogation devrait aussi porter sur les transferts qui n'ont pas lieu et qui laissent certaines difficultés ou questions problématiques enfermées dans l'institution qui les identifie et formule. D'autre part, il s'agit d'analyser le rôle de la communauté de recherche dans cette dynamique.

Dans le cas spécifique de l'algèbre, on pourra partir des questions suivantes :

- Quelles perspectives ou quels résultats de la recherche en didactique de l'algèbre semblent être bien établis dans notre communauté de recherche ? Lesquels semblent plus instables ?

- Quelles perspectives ou résultats semblent avoir bien diffusé dans le système scolaire, en particulier avec les changements de programme ? Quelles limites ? Lesquels ont en revanche beaucoup de mal à être pris en compte, en particulier par les auteurs de manuels, les professeurs et pourquoi ?

- De nombreux travaux de recherche en didactique ont permis l'élaboration d'ingénieries riches visant l'introduction des expressions algébriques, des équations, des formules. Quelle diffusion dans les manuels ? Quelle exploitation dans les classes ? Quelles conditions de diffusion et de formation permettraient aux enseignants de les faire vivre de façon robuste ?

- Sous quelles conditions le croisement d'approches théoriques dans les recherches sur l'enseignement de l'algèbre pourrait-il favoriser la viabilité d'un enseignement rénové de l'algèbre ? Cette question inclut notamment la prise en charge des transitions institutionnelles.

- Quel est le rôle de la formation des enseignants dans cette diffusion ? Comment et à quelles conditions la formation des enseignants (contenus et modalités de formation) peut /pourrait-elle faciliter l'appropriation des résultats de recherche ? Quelle transposition didactique des résultats de la recherche à l'enseignement ? Sous quelles contraintes et conditions ?

- Quel est l'impact des résultats de la recherche dans la conception des environnements informatiques spécifiques pour l'apprentissage de l'algèbre ? Est-ce que les recherches incorporant la problématique des TICE, spécifiques ou non, changent les conditions de diffusion et comment ?

- Dans quelle mesure les recherches en didactique de l'algèbre contribuent-elles à l'étude des mécanismes à l'œuvre dans des processus transversaux, par exemple dans les processus de différenciation ? Le cas échéant, permettent-elles d'envisager des conditions à mettre en place pour réduire les effets de ces processus de différenciation dans l'enseignement, notamment d'envisager des processus de régulation adaptés aux besoins repérés d'apprentissage des élèves ?

## RÉFÉRENCES

- BEDNARZ N. (1996) *Approaches to Algebra: Perspectives for Research and Teaching*. Kluwer Academic Publishers
- BOSCH M., CHEVALLARD Y. (1999) La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 19(1), 77-124.
- CASTELA C. (2008) Travailler avec, travailler sur la notion de praxéologie mathématique pour décrire les besoins d'apprentissage ignorés par les institutions d'enseignement, *Recherches en didactique des mathématiques* 28(2), 135-18.
- CHEVALLARD Y. (1985) Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège - Première partie. L'évolution de la transposition didactique *Petit x* 5, 51-94.
- CHEVALLARD Y. (1989) Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège - Deuxième partie. Perspectives curriculaires : la notion de modélisation. *Petit x* 19, 43-75.
- CHEVALLARD Y. (1990) Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège - Troisième partie. Voies d'attaque et problèmes didactiques. *Petit x* 23, 5-38.
- COULANGE L. (2001) Enseigner les systèmes d'équations en Troisième, Une étude économique et écologique, *Recherches en Didactique des Mathématiques* 21(3), 305-353.
- COULANGE, L., Drouhard, J.-P., Dorier, J.-L., Robert, A. (2012, coord.) Enseignement de l'algèbre élémentaire. Bilan et perspectives. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, numéro spécial hors série.
- DROUHARD J.-P. (1992) *Les écritures symboliques de l'algèbre élémentaire*, Thèse de doctorat, Université Paris 7.
- GASCON J. (1994) Un nouveau modèle de l'algèbre élémentaire comme alternative à l' « arithmétique généralisée », *Petit x* 37, 43-63.
- GRUGEON B. (1997) Conception et exploitation d'une structure d'analyse multidimensionnelle en algèbre élémentaire, *Recherches en didactique des mathématiques* 17(2), 167-210.

- GRUGEON-ALLYS, B. (2008). *Quelques apports de l'analyse multidimensionnelle : activités des élèves et pratiques des professeurs de mathématiques ; vers une modélisation*. Note de synthèse pour une HDR. Université de Picardie Jules Verne.
- KIERAN C. (2007) Learning and teaching algebra at the middle school through college levels: Building meaning for symbols and their manipulation. In F. K. Lester (Ed.) *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp.707–762). Greenwich, CT: Information Age Publishing.
- MERCIER A. (1992) *L'élève et les contraintes temporelles de l'enseignement. Un cas en calcul algébrique*. Thèse d'Université.
- TRGALOVA J., CHAACHOUA H. (2009) Relationship between design and usage of educational software: the case of Aplusix. In V. Durand-Guerrier, S. Soury-Lavergne & F. Arzarello (Eds.) *Proceedings of the Sixth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1429-1438). Lyon: INRP.
- VERGNAUD G. (1988) Long terme et court terme dans l'apprentissage de l'algèbre. In C. Laborde (Ed.) *Actes du premier colloque franco-allemand de didactique* (pp. 189-199), Grenoble : La Pensée sauvage.

## COURS

ETUDE COMPARATIVE DES RECHERCHES SUR L'APPRENTISSAGE DE  
L'ALGÈBRE ÉLÉMENTAIRE : RAPPORTS CROISÉS, BILAN ET PERSPECTIVESHamid Chaachoua<sup>1</sup>

Le thème de l'algèbre et plus spécifiquement celui de l'algèbre élémentaire a été très présent dans la recherche en didactique de notre communauté.

Ce cours propose de visiter des travaux de recherche sur la didactique de l'algèbre à travers une étude comparative des questions qu'ils se posent et des cadres théoriques adoptés.

La première partie présentera sous forme de bilan une évolution des problématiques en lien avec le développement de certains cadres de référence. Cette première partie abordera en particulier la question suivante : *Quelles perspectives ou quels résultats de la recherche en didactique de l'algèbre semblent être bien établis dans notre communauté de recherche ?*

La deuxième partie du cours concerne la place des environnements informatiques dans ces recherches. Nous distinguons deux types de recherches : ceux qui portent sur leurs usages et ceux qui portent sur leurs conceptions. On examinera la spécificité de ces recherches tant au niveau du questionnement qu'au niveau des cadres théoriques retenus.

Cette deuxième partie abordera en particulier les questions suivantes : *Quel est l'impact des résultats de la recherche dans la conception des environnements informatiques spécifiques pour l'apprentissage de l'algèbre ? Quelles perspectives offrent ces recherches sur le rôle que peuvent jouer les TICE pour l'apprentissage de l'algèbre ?*

## REFERENCES

- BALACHEFF N. (1994) La transposition informatique, un nouveau problème pour la didactique. In Artigue M. et al. (Eds.) *Vingt ans de didactique des mathématiques en France* (pp.364-370). Grenoble : La Pensée Sauvage.
- CHAACHOUA H., CHIAPPINI G., PEDEMONTE B., CROSET M.C, ROBOTTI B. Y. (2012) Introduction de nouvelles représentations dans deux environnements pour l'apprentissage de l'algèbre : ALNUSET et APLUSIX. In Coulange, L., Drouhard, J.-P., Dorier, J.-L., Robert, A. (Eds.) *Recherches en Didactique des Mathématiques, Numéro spécial hors-série, Enseignement de l'algèbre élémentaire: bilan et perspectives* (pp.253-281). Grenoble : La Pensée Sauvage.
- CHEVALLARD Y. (2012) L'algèbre entre effacement et réaffirmation. Aspects critiques de l'offre scolaire d'algèbre. In Coulange, L., Drouhard, J.-P., Dorier, J.-L., Robert, A. (Eds.) *Recherches en Didactique des Mathématiques, Numéro spécial hors-série, Enseignement de l'algèbre élémentaire: bilan et perspectives* (pp.19-39). Grenoble : La Pensée Sauvage.
- DUVAL R. (1993) Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives* 5 37–65.

---

<sup>1</sup> Laboratoire LIG, Université Joseph Fourier, Grenoble



## COURS

ÉTUDE MULTIDIMENSIONNELLE DE L'IMPACT DES TRAVAUX DE RECHERCHE  
EN DIDACTIQUE DANS L'ENSEIGNEMENT DE L'ALGÈBRE ÉLÉMENTAIRE :  
QUELLES ÉVOLUTIONS ? QUELLES CONTRAINTES ? QUELLES PERSPECTIVES ?

Sylvie Coppé<sup>2</sup> & Brigitte Grugeon-Allys<sup>3</sup>

La question principale de ce cours porte sur les conditions de la diffusion de savoirs issus de la recherche en didactique dans différentes institutions, en prenant l'exemple de l'enseignement de l'algèbre élémentaire dans le secondaire. Pour ce domaine, des recherches ont porté sur la construction des savoirs de l'algèbre à différents niveaux d'autres sur les difficultés d'apprentissage des élèves et enfin d'autres ont permis l'élaboration d'ingénieries riches visant l'introduction des expressions algébriques, des équations, des formules. On peut penser que les résultats produits ont permis une évolution de l'enseignement de l'algèbre au collège que nous dégagons à partir d'une analyse de programmes et documents officiels. Mais, l'étude des manuels et certaines recherches sur les pratiques enseignantes, montrent que ces évolutions sont prises en compte de façon inégale, ne sont pas toujours conformes aux enjeux d'enseignement et que les difficultés d'apprentissage sont récurrentes.

Nous envisageons deux hypothèses pour expliquer ces difficultés dans la diffusion. La première porte sur la trop faible prise en compte par les professeurs, du niveau technologique visé pour la construction d'un rapport à l'algèbre idoine, par exemple en accordant une trop faible importance aux conditions de l'équivalence des expressions et en restant à un niveau technique basé sur l'usage des ostensifs.

La seconde concerne le degré de complétude des praxéologies : la faible complétude et agrégation des praxéologies convoquées dans les séquences peut expliquer la faible reprise d'ingénieries riches car les effets attendus ne sont pas effectifs du fait du caractère trop isolé des types de tâches convoquées.

Nous terminons par des questions de transposition didactique sur la formation des enseignants en cherchant à déterminer sous quelles contraintes et conditions les contenus et modalités de formation pourraient faciliter l'appropriation de certains résultats de recherche.

## REFERENCES

- ASSUDE T., COPPE S., PRESSIAT A. (2012). Tendances de l'enseignement de l'algèbre élémentaire au collège : atomisation et réduction. *Recherches en didactique des mathématiques, Enseignement de l'algèbre, bilan et perspectives, hors série*, 41-62.
- CHEVALLARD Y., BOSCH M. (2012). L'algèbre entre effacement et réaffirmation. Aspects critiques de l'offre scolaire d'algèbre. *Recherches en didactique des mathématiques, Enseignement de l'algèbre, bilan et perspectives, hors série*, 19-39.
- COULANGE L., BEN NEJMA S., CONSTANTIN C., LENFANT-CORBLIN A. (2012). Des pratiques enseignantes aux apprentissages des élèves en algèbre, à l'entrée au lycée. *Recherches en didactique des mathématiques, Enseignement de l'algèbre, bilan et perspectives, hors série*, 63-85.
- GRUGEON, B., PILET, J., CHENEVOTOT, F., & DELOZANNE, E. (2012). Diagnostic et parcours différenciés d'enseignement en algèbre élémentaire. *Recherches en didactique des mathématiques, Enseignement de l'algèbre, bilan et perspectives, hors série*, 137-162.
- RUIZ-MUNZON N., MATHERON Y., BOSCH M., GASCON J. (2012). Autour de l'algèbre : les entiers relatifs et la modélisation algébrique-fonctionnelle. *Recherches en didactique des mathématiques, Enseignement de l'algèbre, bilan et perspectives, hors série*, 87-106.

<sup>2</sup> IUFM de Lyon, Université Lyon 1, UMR ICAR (Université Lyon 2, CNRS, ENS Lyon)

<sup>3</sup> IUFM de Créteil – UPEC, LDAR, Université Paris Diderot-Paris 7

## TD ASSOCIE AU COURS DE SYLVIE COPPE &amp; BRIGITTE GRUGEON-ALLYS

ETUDE MULTIDIMENSIONNELLE DE L'IMPACT DES TRAVAUX DE RECHERCHE  
EN DIDACTIQUE DANS L'ENSEIGNEMENT DE L'ALGÈBRE ELEMENTAIRE :  
QUELLES EVOLUTIONS ? QUELLES CONTRAINTES ? QUELLES PERSPECTIVES ?

Sylvie Coppé ;  
Brigitte Grugeon-Allys ;  
Julia Pilet (Université Descartes, Paris 5, EDA)

Chacune des trois séances porte sur un thème particulier qui a pour but d'illustrer un aspect développé dans le cours dans lequel nous étudions les conditions de la diffusion de savoirs issus de la recherche en didactique dans différentes institutions, en prenant l'exemple de l'enseignement de l'algèbre élémentaire dans le secondaire.

Dans la première séance, nous travaillons dans le cadre de la théorie anthropologique. Nous proposons d'interroger les praxéologies en algèbre développées en 5e et 4e depuis la mise en place des programmes de 2006. Pour ceci, nous proposons une analyse de manuels de collège de la classe de 5e ou 4e visant à déterminer la nature et la place des nouveaux types de tâches ainsi que les éléments technologiques développés.

Dans la deuxième séance, à partir de la comparaison de deux vidéos de classe sur l'activité « les carrés colorés », problème institutionnellement reconnu pour motiver le travail sur l'équivalence des expressions algébriques, utilisé par les professeurs et étudié dans les analyses didactiques, nous travaillons sur la viabilité et la robustesse de situations qui ont un potentiel à didactique important.

La troisième séance sera centrée sur les apprentissages des élèves : nous étudions des conditions pour organiser des processus de régulation adaptés aux besoins repérés d'apprentissage des élèves en classe de troisième.

## TRAVAUX DIRIGES

QUELLES ALTERNATIVES POUR L'ENSEIGNEMENT DU CALCUL ALGÈBRE  
AU COLLEGE ?

Céline Constantin (ED 184 Mathématiques et Informatique, Aix-Marseille université,  
Institut de Mathématiques de Luminy UMR 6206, CNRS, AMU) ;  
Lalina Coulange (Equipe E3D, LACES EA 4140 & IUFM d'Aquitaine, Université de  
Bordeaux.)

Afin d'étayer nos constats sur la stabilité des difficultés d'élèves dans le calcul algébrique (Constantin 2008 ; Coulange et al. 2012) et sur la nature du discours dont disposent les enseignants pour en éclairer les pratiques (Abou-Raad & Mercier 2009), nous proposerons aux participants d'étudier diverses données recueillies sur l'ordinaire de l'enseignement et de l'apprentissage de l'algèbre, avec des outils conjointement issus de la théorie anthropologique (Bosch & Chevallard 1999 ; Bosch & al. 2004), de la double approche ergonomique et didactique (Robert 2008) et de la théorie des situations (Brousseau 1998). Nous présenterons nos propres résultats d'analyse du corpus constitué et les mettront en regard avec des travaux anciens ou plus récents en didactique de l'algèbre. Puis nous montrerons en quoi ces résultats constituent le point de départ et le support d'une réflexion théorique sur le savoir « distributivité » comme un ensemble de notions Formalisatrices, Généralisatrices et Unificatrices à enseigner dès le début du collège. L'analyse de données issues d'une ingénierie élaborée et conduite pour organiser l'étude de la propriété de distributivité en classe de cinquième nous permettra d'illustrer notre propos. Nous exposerons en conclusion quelques points d'appui ainsi identifiés afin de refonder l'enseignement de la distributivité tout au long du collège.

## BIBLIOGRAPHIE

- ABOU-RAAD N., MERCIER A. (2009) Etude comparée de l'enseignement de la factorisation par un facteur commun binôme, en France et au Liban. *Recherche en Didactique des Mathématiques* 29(2) 155-288.
- BOSCH M., FONSECA C., GASCON J., (2004), Incompletitud de las organizaciones matemáticas locales en las instituciones escolares. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. 24(2/3) pp. 205-250.
- BOSCH M. & CHEVALLARD Y. (1999), La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs : objet d'étude et problématique. *Recherches en didactique des mathématiques*, n° 19 (1), pp. 77-124.
- BROUSSEAU G. (1998), *La théorie des situations didactiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- CONSTANTIN C. (2008), *Des fragilités du collégien aux difficultés du lycéen en mathématiques, deux études de cas : Yoan et Joanna*, mémoire de master 2 recherche, Université de Paris 7.
- COULANGE L., BEN NEJMA S., CONSTANTIN C., LENFANT-CORBLIN A.(2012), Des pratiques enseignantes aux apprentissages des élèves en algèbre à l'entrée au lycée, *Recherche en Didactique des Mathématiques*, Hors Série, Enseignement de l'algèbre élémentaire, Bilan et Perspectives.
- ROBERT A. (2008), Problématique et méthodologie communes aux analyses des activités mathématiques des élèves en classe et des pratiques des enseignants de mathématiques, in Vandebrouck et al. *La classe de mathématiques activités des élèves et pratiques des enseignants*, Octarès.

## TRAVAUX DIRIGES

UN PARCOURS D'ETUDE ET DE RECHERCHE POUR LA FORMATION DES  
PROFESSEURS : SUR LE PASSAGE DE L'ARITHMETIQUE A L'ALGÈBRE

Tomás Ángel Sierra (Universidad Complutense de Madrid)

Jean-Pierre Bourgade (INP de Toulouse)

Marie-Hélène Lécureux (Université Toulouse 2, IUFM Midi-Pyrénées)

Alicia Ruiz Olarría (Dto. Didácticas Específicas, Universidad Autónoma de Madrid)

Le point de départ de cet atelier est un parcours d'étude et de recherche (PER) sur l'introduction de l'algèbre comme outil de modélisation dans les premières années de l'enseignement secondaire. Ce PER est issu de l'étude des « jeux de mathé-magie » comme une réalisation matérielle de programmes de calcul et de la nécessité de leur modélisation par des expressions algébriques pour répondre aux questions concernant leur fonctionnement (Ruiz-Munzón 2010). Dans cet atelier, on considérera le problème de la formation des professeurs dans le domaine de l'introduction à l'algèbre au secondaire et la proposition récente de parcours d'étude et de recherche pour la formation des professeurs (PER-FP) afin d'aborder ce problème. Les PER-FP sont structurés en quatre modules successifs : vivre un PER en position d'élève ; analyser un PER en position de didacticien ; concevoir un PER en position d'ingénieur didacticien ; expérimenter un PER en position de professeur. Nous présenterons dans cet atelier les deux premiers modules, tels que nous les avons expérimentés durant l'année 2012-2013 avec les étudiants du master de formation des professeurs du secondaire de l'université Complutense de Madrid.

## PREMIERS APPRENTISSAGES NUMERIQUES (2 A 6 ANS)

### PRESENTATION DU THEME

La maîtrise des nombres et du calcul est essentielle pour vivre dans les sociétés modernes actuelles. Leur apprentissage constitue ainsi un enjeu majeur de l'enseignement des mathématiques dans toute la scolarité obligatoire. Le thème des premiers apprentissages numériques s'inscrit dans cette thématique centrale.

Les travaux de Piaget et ses collaborateurs (Piaget & Szeminska 1941) ont marqué les recherches sur les premiers apprentissages numériques. Leurs expériences sur la conservation des quantités sont bien connues, les enfants ne conservent les quantités (selon le protocole de Piaget) que vers 6-7 ans. En France, dans les années 70, ces travaux ont fortement inspiré les réformateurs de l'enseignement des mathématiques puisqu'à cette époque l'enseignement du nombre en maternelle a été retardé au profit d'activités « pré-numériques ». Depuis 1941, les résultats de Piaget ont été souvent revisités et certains des choix faits pour l'école en lien avec ses recherches ont été abandonnés.

#### *Absence de synthèse sur les questions d'apprentissage*

Les expériences de Piaget sur la conservation ont fait l'objet de nombreuses controverses (Dehaene 1997 pour une synthèse). Plusieurs disciplines se sont emparées des questions portant sur les premiers apprentissages numériques : didactique des mathématiques, psychologie cognitive, psychologie du développement, neurosciences... Différents modèles ont été construits qui ont permis de produire, dans ces différents champs disciplinaires, de nombreux résultats. Mais, si la multiplicité des approches peut faciliter la compréhension d'un processus aussi complexe que la construction du nombre, il n'en reste pas moins que la question de leur articulation se pose. De quel fonds de connaissances la communauté des chercheurs en didactique des mathématiques dispose-t-elle sur la construction du nombre chez les enfants de 2 à 6 ans ?

Cette école d'été veut être l'occasion de présenter plusieurs points de vue, voire de les confronter ou de tenter de les concilier. Que sait-on, aujourd'hui, sur les apprentissages numériques des enfants de 2 à 6 ans ? Quels sont les résultats qui semblent établis ? Qu'est-ce qui, au contraire, continue à faire débat ?

Cette volonté de présentation de différents points de vue induit des questions. Que recouvre l'expression « premiers apprentissages numériques » pour chacun des modèles théoriques ? Quelles sont les questions ou les types de questions étudiés dans les différentes approches (Sfard & Lavie 2005, Siegler 2000, Margolinas & Wozniak 2012, Bideaud & al. 1991, Conne 1987-1988, Ramani & Siegler 2008) ? Quelle est la place des questions d'enseignement dans les recherches ? Est-il possible de mettre en regard les résultats produits ? Peut-on repérer des points de divergence ? Peut-on tenter de concilier certains résultats ?

Quelle place occupent les désignations symboliques des nombres ou le langage, le non-symbolique, les « quantités » ou les doigts, le continu ? Quelle place pour le calcul ?

Quelle place occupent les interactions sociales ou la résolution de problèmes ?

Quels sont les enjeux qui pèsent sur les premiers apprentissages numériques et leur définition scolaire ? En particulier, que sait-on sur les « effets » à long terme de ces « premiers » apprentissages numériques ?

*Et pourtant certaines recherches « diffusent » dans l'enseignement*

En France, cette absence de synthèse commune n'a pas empêché la diffusion dans l'enseignement de certains résultats tels les travaux de Piaget au moment de la réforme des mathématiques modernes. Plus récemment, plusieurs ouvrages sur les premiers apprentissages numériques aux références théoriques plus ou moins marquées et diverses (ERMEL 1990, Brissiaud 1989, Briand & al. 2004) ont pénétré les milieux de l'enseignement à l'école maternelle et au début de l'école élémentaire.

Au-delà d'un état des lieux des résultats produits, cette école d'été pose la question de la compréhension des phénomènes de diffusion (parfois non contrôlée). Quels résultats « diffusent » dans l'enseignement et pourquoi ?

Le curriculum actuel pour les premiers apprentissages numériques reflète-t-il des modèles théoriques ? A défaut, laisse-t-il apparaître, de façon moins structurée, des traces de travaux de recherche (Artigue & Houdement 2007) ? Peut-on en déceler un certain impact dans les programmes et leurs documents d'accompagnement, dans les ressources pour la formation ? La multiplicité constatée des approches dans le domaine de la recherche a-t-elle des conséquences sur les choix d'enseignement, en particulier sur leur cohérence ? A-t-elle des effets, positifs ou négatifs, sur la prise en charge des difficultés des élèves (Meljac 2011) ?

*Vers une intervention plus contrôlée ?*

Si la volonté d'améliorer le fonctionnement du système éducatif en y important des résultats de recherche est légitime, cette transposition demeure un exercice difficile.

1) Qu'est-ce qui, dans les différentes recherches sur les premiers apprentissages numériques, semble particulièrement utile pour l'enseignement à l'école maternelle ou au tout début de l'école primaire ? Quels résultats devraient être prioritairement importés dans l'enseignement et sous quelles conditions ? Pour les enseignants et pour les élèves ? Pour les formateurs ? Pour les auteurs de ressources ? Pour les programmes ?

2) Sur ce thème des premiers apprentissages numériques, dans quelle mesure les chercheurs en didactique peuvent-ils intervenir (directement ou non) pour faire évoluer l'institution ? Quelles sont les conditions de cette intervention ? Avec quelles marges de manœuvre ? A quel niveau d'impact ? Celui des programmes et des instructions officielles, celui des situations proposées dans les manuels et dans les classes, ou encore au niveau de la formation des enseignants ?

## BIBLIOGRAPHIE

- ARTIGUE M., HOUEMENT C. (2007) Problem solving in France: didactic and curricular perspectives. *ZDM - The International Journal on Mathematics Education* 39 365-382.
- BAROODY A. J. (1991) Procédures et principes de comptage : leur développement avant l'école. In J. Bideaud, C. Meljac, J.-P. Fischer (éds) *Les chemins du nombre*. Lille : Presses Universitaires de Lille.
- BIDEAUD J., MELJAC C., FISCHER J.-P. (éds) (1991) *Les chemins du nombre*. Lille : Presses Universitaires de Lille.
- BRIAND J. (1999) Contribution à la réorganisation des savoirs pré-numériques et numériques. Étude et réalisation d'une situation d'enseignement de l'énumération dans le domaine pré-numérique. *Recherches en didactique des mathématiques*. 19(1). 41-76
- BRIAND J., LOUBET M., SALIN M.-H. (2004) *Apprentissages mathématiques en maternelle : situations et analyses* (CDROM). Paris : Hatier
- BRISSIAUD R. (1989) *Comment les enfants apprennent à calculer*. Paris: Retz
- CONNÉ F. (1987) Comptage et écriture des égalités dans les premières classes d'enseignement primaire. *Math-École* 128 2-12
- CONNÉ F. (1987) Entre comptage et calcul. *Math-Ecole*. 130 11-23
- CONNÉ F. (1988) Numérisation de la suite des nombres et faits numériques. *Math-Ecole*. 132 26-31 et 133 20-23.

- CONNE F. (1988) Calculs numériques. *Math-Ecole*. 135 23-36.
- DEHAENE S. (1997). *The number sense: How the mind creates mathematics*. Oxford, England: Oxford University Press.
- ERMEL (1990) *Apprentissages numériques et résolution de problèmes*. Volume dirigé par J. Colomb, recherche sous la responsabilité de R. Charnay, J. Douaire, J.-C. Guillaume et D. Valentin. Paris : Hatier.
- FAYOL M. (2012) *L'acquisition du nombre*. Que sais-je ? Paris : Presses Universitaires de France
- FISCHER J.-P. (1981). Développement et fonctions du comptage chez l'enfant de 3 à 6 ans. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 2, 277-302.
- FISCHER J.-P. (1984). L'appréhension du nombre par le jeune enfant. *Enfance*, 2, 167-187.
- FISCHER J.-P. (2004). L'appréhension différenciée des trois premiers nombres et des suivants: une approche par le tri libre. *Psychologie & Education*, 3, 57-72.
- FISCHER J.-P. (2005). La comparaison de multitudes: une étonnante faculté du jeune enfant ? *Bulletin de Psychologie*, 58 (4), 411-423.
- FISCHER J.-P., BOCERAN C. (2004a). Les modèles du développement numérique à l'épreuve de l'observation. *Bulletin de Psychologie*, 57 (2), 191-202.
- FISCHER J.-P., BOCERAN C. (2004b). Impact de la réforme de 1970 sur les connaissances numériques des jeunes enfants. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 9, 83-100.
- FISCHER J.-P. (2005) Le bébé numérique In A. Van Hout, C. Meljac, J.-P. Fischer (éds.) *Troubles du calcul et dyscalculies chez l'enfant*. 2e édition Paris : Masson. 76-91
- FISCHER J.-P. (2012) *De la dyscalculie à l'innumérisme*. Consulté le 6 août 2012. <http://educmath.ens-lyon.fr/Educmath/dossier-manifestations/conference-nationale/contributions/conference-nationale--fischer>
- FUSON K. (1991) Relations entre comptage et cardinalité chez les enfants de deux à huit ans. In J. Bideaud, C. Meljac, J.-P. Fischer (éds) *Les chemins du nombre*. Lille : Presses Universitaires de Lille.
- MARGOLINAS C., WOZNIAK F. (2012) *Le nombre à l'école maternelle : approche didactique*. De Boeck.
- MELJAC C. (2005) Piaget, Broca, Poincaré, Mc Closkey et quelques autres. In A. Van Hout, C. Meljac, J.-P. Fischer (éds.) *Troubles du calcul et dyscalculies chez l'enfant*. 2e édition Paris : Masson. 123-140
- OPFER J. E., SIEGLER R. S. (2012) Development of Quantitative Thinking. In K. J. Holyoak, R. G. Morrison (éds) *The Oxford Handbook of Thinking and Reasoning*. 585-605.
- PIAGET J., SZEMINSKA A. (1941) *La genèse du nombre chez l'enfant*. Neuchâtel : Delachaux et Niestlé
- RAMANI G. B., SIEGLER R. S. (2008) Promoting Broad and Stable Improvements in Low-Income Children's Numerical Knowledge Through Playing Number Board Games. *Child Development*. 79(2) 375-394
- RICCO G., MENOTTI G., BOYER C., LARERE C., NUMA BOCAGE L., ALLENBACH L. (2008) L'hétérogénéité des rapports des élèves au domaine numérique au début et à la fin de la première année de l'école élémentaire. *Recherches en didactique des mathématiques*. 28(3) 279-318
- RODITI E. (2005) L'éducation face aux théories de la construction du nombre chez l'enfant. *Spirale - Revue de Recherches en Éducation*. 36. 37-52.
- SIEGLER R. S. (2000) *Intelligences et développement de l'enfant. Variations, évolution, modalités*. Bruxelles : De Boeck Université.
- SFARD A., LAVIE I. (2005) Why cannot children see as the same what grown-ups cannot see as different?- Early numerical thinking revisited. *Cognition and Instruction*. 23(2), 237-309
- VAN HOUT A., MELJAC C., FISCHER J.-P. (2005) *Troubles du calcul et dyscalculies chez l'enfant*. 2e édition. Paris : Masson

## COURS

## EARLY DEVELOPMENT OF NUMERICAL THINKING - THE DISCURSIVE VIEW

Anna Sfard<sup>4</sup>

The point of departure for this talk is that the language in which researchers conduct their investigations influences their ability to ask questions and interpret data. The traditional language of research on numerical thinking implies that the child is aware of the existence of the abstract objects called numbers prior to being able to apply them in any way. Those who adopt discursive approach conceptualize thinking at large and numerical thinking in particular as forms of communication. In this way, they remove the assumption about the pre-existence of numbers: by portraying them as discursive constructs, they imply that numbers are products rather than pre-given objects of human communication. In this talk, after presenting the basic tenets of the discursive approach to cognition, I will explore the question of how the proposed reconceptualization impacts our understanding of numerical thinking and the practice of fostering children's numerical development. Theoretical arguments will be supported with empirical examples coming from my own and other researchers' recent studies.

---

<sup>4</sup> The University of Haifa



## COURS

LA DISTINCTION PROCEDURAL / DECLARATIF APPLIQUEE AUX PREMIERS  
APPRENTISSAGES NUMERIQUESJean-Paul Fischer<sup>5</sup>

Les enfants arrivent au CP avec certaines connaissances numériques. Le prétest d'une recherche en cours sur près de 1700 élèves, trois ou quatre semaines après la rentrée, nous fournit des données actualisées et originales (testeur extérieur à la classe et à l'école, évitement d'un effet plafond) que j'indiquerai brièvement. Comment les enfants développent-ils de telles connaissances ? Quel est le rôle de l'école ?

La théorie Procédural-Déclaratif/unitisation-procéduralisation (PDup : cf. Fischer, 1992 ; 1998) permet de rendre compte des apprentissages numériques à partir de 2 ans et jusqu'à leur oubli (cf., Fischer, 2012). Elle est davantage connue au niveau de l'école élémentaire où elle différencie les connaissances déclarative – les élèves **savent que** « sept fois sept c'est quarante-neuf » – et procédurales – ils **savent** seulement **comment faire** pour trouver  $9+7$  (on passe par  $10+6$ ) –, et illustre les mécanismes d'unitisation (formation d'une unité nouvelle en mémoire déclarative) et de procéduralisation (inclusion des unités déclaratives dans des procédures) en les rattachant respectivement à des apprentissages bien connus par les pédagogues : apprentissage par coeur des tables et passage de la dizaine par exemple.

Au niveau de l'école maternelle, la théorie s'adapte, tout en les enrichissant, aux deux processus basiques d'appréhension du nombre que sont le comptage et le subitizing et, par les mécanismes d'échange, à leur développement. La modélisation récente du subitizing comme un fichier d'objets, que l'enfant peut suivre, confirme sa limitation à trois objets (cf. aussi, Fischer, 1991, 2004a) et ne permet pas d'y inclure certaines collections figuratives (quatre en carré, cinq en quinconce, doigts d'une main, ...). Ces deux dernières capacités – subitizing des collections  $\leq 3$  et reconnaissance de quelques collections figuratives – peuvent en revanche être vues comme des processus déclaratifs : l'enfant de 5 ans sait que la figure carrée possède quatre points en ses sommets et qu'il a cinq doigts sur une main.

Ce cadre théorique permet de discuter quelques grandes questions épistémologiques ou didactiques comme le rôle du langage (verbal) numérique ou le rôle des activités scolaires. Ce dernier sera discuté sur la base d'une comparaison des connaissances numériques (dénomination des nombres) que j'ai évaluées (cf., Fischer & Bocéréan, 2004b), à 20 ans d'intervalle, entre les élèves de maternelle de 1980 (au zénith de la réforme des mathématiques modernes qui avait conduit à l'éradication des apprentissages numériques à l'école maternelle) et ceux de 2000 (où les activités numériques ont repris une certaine place). Deux questions plus pointues – le comptage sur les doigts et l'écriture des chiffres – seront approfondies dans les TD associés à ce cours.

## REFERENCES

- FISCHER J.-P. (1991), Le subitizing et la discontinuité après 3. In J. Bideaud, C. Meljac & J.P. Fischer (Eds), *Les chemins du nombre* (pp.235-258). Lille: Presses Universitaires.
- FISCHER J.-P. (1992), *Apprentissages numériques: la distinction procédural/déclaratif*. Nancy: Presses Universitaires.
- FISCHER J.-P. (1998), La distinction procédural/déclaratif: une application à l'étude de l'impact d'un "passage du cinq" au CP. *Revue Française de Pédagogie*, n°122, 99-111.
- FISCHER J.-P. (2004a). L'appréhension différenciée des trois premiers nombres et des suivants: une approche par le tri libre. *Psychologie & Education*, 3, 57-72.
- FISCHER J.-P., BOCEREAN C. (2004b). Impact de la réforme de 1970 sur les connaissances numériques des jeunes enfants. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 9, 83-100.
- FISCHER J.-P. (2012), Que sont nos tables devenues ? *Psychologie & Éducation*, n° 4, 97-109.

<sup>5</sup> Laboratoire InterPsy, Université Lorraine

## COURS

LE NOMBRE COMME MEMOIRE DE LA POSITION : UN REVELATEUR DES  
BESOINS EPISTEMOLOGIQUES DES PROFESSEURSClaire Margolinas<sup>6</sup> & Floriane Wozniak<sup>7</sup>

Le nombre comme mémoire de la quantité, le cardinal, semble dominant dans les programmes de l'école maternelle mais aussi dans les pratiques ordinaires d'enseignement, alors même que le nombre comme mémoire de la position, l'ordinal, est un concept dual du cardinal. En effet, la position d'un élément dans une liste peut être repérée en dénombrant les éléments jusqu'à atteindre sa position dans la liste. Inversement, la création d'un parcours pour énumérer les éléments d'un ensemble transforme la collection d'objets en liste. C'est bien le même nombre qui dit la quantité et la position. Or, si l'on trouve de nombreux travaux en didactique ou en psychologie sur le cardinal, peu de chercheurs se sont intéressés à l'enseignement de l'ordinal. C'est ainsi que nous avons consacré un chapitre au nombre comme mémoire de la position dans notre récent ouvrage (Margolinas & Wozniak, 2012). Ce faisant, nous nous sommes aperçues que les situations relatives au savoir « nombre ordinal » n'étaient pas courantes à l'école maternelle. Nous rapprochons ceci du phénomène de transparence de certains savoirs (Margolinas, 2012) ou de praxéologie muette (Wozniak, 2012).

Quelles sont les connaissances des élèves en fin d'école maternelle sur l'ordinal ? C'est la question à laquelle nous avons tenté de répondre en expérimentant une ingénierie didactique (Margolinas & Wozniak, soumis) conçue comme une phénoménotechnique. Il s'agissait d'étudier les connaissances numériques des élèves dans une situation dans laquelle le nombre est utile pour déterminer une position.

Pour répondre au thème fédérateur de cette école, nous nous interrogerons alors, à partir de notre étude sur le nombre ordinal, sur la diffusion des savoirs didactiques dans le système d'enseignement au niveau de l'école maternelle. Nous étudierons les situations expérimentées du point de vue des professeurs ayant participé à cette ingénierie ou ayant été informés de celle-ci, ce qui nous permettra d'interroger les besoins praxéologiques des professeurs et la place de l'ingénierie dans la diffusion des savoirs didactiques.

## REFERENCES

- MARGOLINAS, C. (2012). Des savoirs à la maternelle? Oui, mais lesquels? XXXIX colloque COPIRELEM Quimper. <http://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00744279>
- MARGOLINAS, C., & WOZNIK, F. (2012). Le nombre à l'école maternelle. Une approche didactique. Bruxelles: De Boeck.
- MARGOLINAS, C., & WOZNIK, F. (soumis). Early Construction of Number as Position with young Children: Beyond the number Line. ZDM (Special Issue: Visualization in mathematics Learning).
- WOZNIK, F. (2012). Des professeurs des écoles face à un problème de modélisation : une question d'équipement praxéologique. *Recherche en Didactique des Mathématiques*, 32(1), 7-55.

---

<sup>6</sup> Laboratoire ACTé, IUFM d'Auvergne, Université Blaise Pascal, Clermont-Université

<sup>7</sup> IRIST, IUFM d'Alsace, Université de Strasbourg

## TD ASSOCIE AU COURS D'ANNA SFARD

THE DISCURSIVE APPROACH AS A TOOL FOR STUDYING EARLY  
DEVELOPMENT OF NUMERICAL THINKING

Michal Tabach (Tel Aviv University)

This workshop, accompanying Sfard's plenary lecture "Early development of numerical thinking - the discursive view", will be given in English. The plenary will present the basic principles of the discursive approach, whereas the aim of the workshop is to provide the participants with "hands-on" experience in doing discourse analyses according to some of its principles. Each of the three sessions will be focused on one particular aspect of analysis: mathematical objects, mathematical routines, and identity and emotions. Two corpora of data will be available for analysis. The main set of transcripts is taken from a study on numerical thinking of 4-5 year old children (this study will first be discussed in the plenary; see also Sfard & Lavie, 2005). The second set of transcripts is taken from a study in which the researchers followed middle school children taking their first steps as algebra learners (Nachlieli & Tabach, 2012). During the three sessions, the workshop participants, who will be provided with the transcripts in advance, will have an opportunity to engage in analyses guided by the basic tenets of discursive approach. In this way, they will hopefully get better acquainted with the theory and with the kind of insight it offers.

## REFERENCES

- NACHLIELI, T., & TABACH, M. (2012). Growing mathematical objects in the classroom – the case of function. *International Journal of Educational Research*. DOI:10.1016/J.IJER.2011.12.007
- SFARD, A., & LAVIE, I. (2005). Why cannot children see as the same what grown-ups cannot see as different?– Early numerical thinking revisited. *Cognition and Instruction*, 23(2), 237–309.

## TD ASSOCIÉ AU COURS DE JEAN-PAUL FISCHER (DEUX SÉANCES DE 1H30)

Jean-Paul Fischer

## SEANCE 1 : FAUT-IL ENCOURAGER L'UTILISATION DES DOIGTS DANS LES PREMIERS APPRENTISSAGES NUMERIQUES ?

Dans le développement tel que je l'ai décrit dans le Cours, les apprentissages procéduraux et déclaratifs se développent en interaction et permettent si ce n'est la compréhension du moins la découverte de la règle cardinale. Cela rend possible, en début d'apprentissage, une utilisation « intelligente » des doigts dans la mesure où ces derniers peuvent être utilisés aussi bien de manière procédurale (comptage des doigts) que de manière déclarative (e.g., savoir qu'il y a 5 doigts dans une main). Mais, les conséquences à long terme du recours aux doigts peuvent être désastreuses. Par exemple, Luria (1974, p. 25) écrit que « si un élève est resté longtemps dans une classe spécialisée et continue à faire ses opérations à l'aide de l'énumération externe il peut être classé dans la catégorie des retardés mentaux ». La théorie ne répond donc pas à la question si c'est souhaitable. C'est un problème pratique important car, même si l'on ne prend pas position, le choix ou le non-choix de certaines situations pourra favoriser (ou non) un tel recours aux doigts (cf. mon analyse des conséquences de la réforme de 1970 dans le Cours).

Dans ce TD, il s'agira de recenser les observations empiriques ou les arguments permettant de prendre position. A titre introductif, je soulignerai qu'il s'agit d'un débat controversé depuis plus d'un siècle et récemment renouvelé par les neurosciences, et rappellerai diverses procédures de comptage sur les doigts. Ensuite il s'agira de lister différents types d'arguments et d'observation, notamment :

- les arguments contre le comptage-numérotage : Brissiaud 2008, 2012a&b, ...
- l' « apport » des neurosciences : le syndrome de Gerstmann, ...
- les expériences d'apprentissage : Gracia-Bafalluy & Noël (2008), ...
- les conséquences à long terme : Jordan et al. (2008), ...
- les caractéristiques différentielles des élèves qui comptent sur les doigts
- etc.

## REFERENCES

- BRISSIAUD R. (2008), Pédagogie du nombre chez les 2-3 ans en PS. Texte disponible (le 7/04/2013) à l'adresse : [http://www.cafepedagogique.net/lesdossiers/Pages/2008/Mat08\\_Pedagogie\\_du\\_nombre\\_en\\_PS.aspx](http://www.cafepedagogique.net/lesdossiers/Pages/2008/Mat08_Pedagogie_du_nombre_en_PS.aspx)
- BRISSIAUD R. (2012a). Le nombre à l'école maternelle : des changements en vue, mais dans quel sens ? Texte disponible (au 7/04/2013) à l'adresse : [http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2012/03/16032012\\_RBrisiaud.aspx](http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2012/03/16032012_RBrisiaud.aspx)
- BRISSIAUD R. (2012b), Il faut refonder l'apprentissage des nombres en maternelle. Texte disponible (le 7/04/2013) à l'adresse : <http://www.cafepedagogique.net/lexpresso/Pages/2012/11/12112012Article634882967527254607.aspx>
- DEHAENE S. (2010), *La bosse des maths – 15 ans après*. Paris: Odile Jacob.
- FISCHER J.-P. (2010), Numerical performance increased by finger training: A fallacy due to regression toward the mean? *Cortex*, 46, 272-273.
- GRACIA-BAFALLUY M. & Noël M.-P. (2008), Does finger training increase young children's numerical performance? *Cortex*, 44, 368-375.
- JORDAN N.C., KAPLAN D., RAMINENI C. & LOCUNIAK M.N. (2008), Development of number combination skill in the early school years: when do fingers help? *Developmental Science*, 11 (5), 662-668.
- LURIA A.R. (1974), *L'enfant retardé mental*. Toulouse: Privat.

## SEANCE 2 : L'APPORT DES NEUROSCIENCES : INTERETS ET LIMITES.

Les découvertes des neurosciences, par exemple l'implication du sulcus intrapariétal dans le sens du nombre, conduisent à des inférences sur les représentations approximative vs. exacte, logarithmique vs linéaire, ... du nombre. Certaines de ces « nouvelles » représentations ont déjà été intégrées dans des tests numériques comme le ZAREKI (Von Aster, 2006). Qu'en est-il de leur intégration dans l'enseignement en maternelle ?

Dans le présent TD on se propose de réfléchir à l'application des découvertes des neurosciences à la didactique du nombre en maternelle sur deux exemples (non indépendants) :

- Le premier concerne la ligne numérique et le calcul « approximatif » : le travail consistera à regarder si (et le cas échéant comment) les « découvertes » des neurosciences influencent (ou confortent) les pratiques actuelles en maternelle.
- Le deuxième concerne l'explication de l'écriture en miroir : la complémentarité des approches neurophysiologique et psychologique (cognitive) permet de justifier certaines pratiques, d'expliquer leurs conséquences et d'estimer leur efficacité en GS.

## REFERENCES

- FISCHER J.-P. (2011), Nouveaux éclairages sur l'écriture en miroir des enfants de l'école maternelle. *Revue Française de Pédagogie*, n° 175, 99-112.
- FISCHER J.-P. (à paraître), Digit reversal in children's writing: a simple theory and its empirical validation. *Journal of Experimental Child Psychology*.
- FISCHER J.-P. & TAZOUTI Y. (2012), Unraveling the mystery of mirror writing in typically developing children. *Journal of Educational Psychology*, 104 (1), 193-205.
- KOCH A.-M. & FISCHER J.-P. (2013), L'écriture en miroir chez l'enfant : une étude en moyenne section. *Psychologie & Education*, n° 1, 69-80.
- VON ASTER M. (2006), ZAREKI-R : Batterie pour l'évaluation du traitement des nombres et du calcul chez l'enfant (adaptation française : G. Dellatolas).

## TRAVAUX DIRIGES

CONCEPTION ET DIFFUSION DE RESSOURCES POUR LA CLASSE ISSUES DE LA  
RECHERCHE. L'EXEMPLE DES APPRENTISSAGES NUMERIQUES A L'ECOLE  
(GRANDE SECTION DE MATERNELLE).

Sylvaine Besnier,  
Laetitia Bueno-Ravel,  
Ghislaine Gueudet,  
Caroline Poisard (Groupe Marene<sup>s</sup>, IUFM de Bretagne-UBO, CREAD)

Les travaux que nous menons depuis plusieurs années trouvent leur origine dans la question de l'intégration des nouvelles technologies dans l'enseignement des mathématiques (Poisard, C., Bueno-Ravel, L., & Gueudet, G., 2011). Nous concevons ces nouvelles technologies comme une des nombreuses ressources à disposition du professeur et nous nous situons dans le cadre de l'approche documentaire du didactique (Gueudet & Trouche 2010), qui considère le travail des professeurs avec les ressources — travail de conception, de partage ou d'utilisation, toujours créatrice — au centre de leur développement professionnel.

Le travail proposé en TD aux participants se construit autour de trois questions principales, qui seront traitées successivement au cours des trois séances d'atelier :

Quels logiciels pour l'enseignement/apprentissage du nombre à la maternelle : Présentation et analyse de logiciels conçus à partir des résultats de recherche sur l'enseignement/apprentissage du nombre à l'école maternelle. En particulier, trois logiciels seront présentés qui serviront de support de réflexion pour l'ensemble des TD (boulier virtuel, train des lapins, voitures et garages). On posera la question de la qualité des ressources : comment la définir, comment l'étudier ?

Quels usages en classe de ces logiciels : Une réflexion sur les usages (Bueno-Ravel, L., Gueudet, G & Poisard, P., à paraître) de ces logiciels sera menée à partir d'exemples de scénarios et de diverses ressources créées et diffusées pour les classes ; ainsi que des vidéos de séances de classe et des extraits de transcription.

Comment diffuser les résultats d'une recherche auprès d'un public d'enseignants ou de formateurs : Une analyse de la conception des ressources produites par le groupe Marene dans l'objectif de transmettre des scénarios, à partir des résultats de recherche sera conduite, guidée par les questions suivantes : Comment bâtir des scénarios ? Quelles rubriques intégrer ? Pour quelle mise en œuvre ? Etc. Cette analyse s'appuiera sur des exemples d'appropriation et de transformation, par des professeurs des écoles, de ressources produites par le groupe Marene.

## REFERENCES

- BUENO-RAVEL, L., GUEUDET, G & POISARD, P. (à paraître). Teaching mathematics with technology at kindergarten: resources and orchestrations, in Alison Clark-Wilson et al. (Eds), *The Mathematics Teacher in the Digital Era: An International Perspective on Technology Focused Professional Development*.
- GUEUDET, G., & TROUCHE, L. (dir.) (2010), *Ressources vives. La documentation des professeurs en mathématiques*. PUR et INRP.
- POISARD, C., BUENO-RAVEL, L., & GUEUDET, G. (2011). Comprendre l'intégration de ressources technologiques en mathématiques par des professeurs des écoles. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 31(2)

<sup>s</sup> MAllette de REssources pour le Nombre à l'Ecole,  
[http://python.bretagne.iufm.fr/blog-gri-recherche/?page\\_id=201](http://python.bretagne.iufm.fr/blog-gri-recherche/?page_id=201)

## LES ELEVES EN DIFFICULTE DANS L'ENSEIGNEMENT ORDINAIRE

### PRESENTATION DU THEME

#### *Introduction*

En didactique des mathématiques, la prise en compte de la question des « élèves en difficulté » a évolué de l'étude des difficultés des élèves à l'étude des élèves en difficulté. En effet, les travaux de la fin des années 70 et tout au long des années 80, relatifs à « la difficulté », s'intéressent aux interprétations et modélisations des erreurs des élèves, des conceptions et représentations relatives à certaines notions. Depuis le début des années 90 la problématique bascule du côté de l'étude de phénomènes d'enseignement et d'apprentissages des mathématiques avec un public particulier d'élèves.

La considération de ces questions didactiques s'est amplifiée au contact de la confrontation de nos théories à la contingence des réalités du système éducatif : la modélisation du sujet (élève ou professeur) s'est ouverte, d'un sujet épistémique à un sujet capable, cognitif, social... ; l'analyse des dynamiques des interactions didactiques s'est affinée ; la prise en compte de la nature des contraintes qui pèsent sur les systèmes didactiques a marqué une évolution. Par ailleurs, les articulations entre recherches en didactique des mathématiques et recherches dans d'autres sciences (sociales, cognitives, sciences du langage) se sont également développées, permettant de discuter les cadres théoriques, concepts, outils et méthodologies spécifiques de « la difficulté didactique ». Enfin, les travaux de recherche sur l'enseignement des mathématiques auprès des publics spécifiques ou dans des contextes particuliers, développés depuis une trentaine d'années permettent également d'éclairer les questions relatives à la prise en compte didactique de *tous* les élèves dans les classes ordinaires.

Il s'agit, à l'occasion de la 17<sup>ème</sup> école d'été, de faire le point sur ce dont la communauté de recherche en didactique des mathématiques dispose pour répondre au défi, posé par la société et le système éducatif, d'agir sur la prise en compte des « élèves en difficulté », qu'il s'agisse des élèves de primaire ou du début de l'enseignement secondaire, ou des élèves qui se heurtent à la complexité du formalisme mathématique en fin de l'enseignement secondaire ou au début de l'enseignement supérieur. Les questions envisagées pour le thème 3 sont alors les suivantes : de quelles théories, concepts ou outils spécifiques, les didacticiens des mathématiques disposent-ils ou construisent-ils pour aborder les problèmes relatifs aux élèves en difficulté dans l'enseignement ordinaire, pour les confronter à la contingence, et impacter éventuellement le système éducatif ? En quoi ces résultats intéressent-ils effectivement et agissent-ils ou non sur l'évolution du système éducatif ?

#### *Des travaux porteurs*

Le thème 3 de la 17<sup>ème</sup> école d'été fait suite au thème « Différenciations et Hétérogénéités » abordé en 2005 (Rouchier & Bloch, 2008). À cette occasion, les cours et les TD associés avaient permis d'éclairer l'existence de processus différenciateurs dans l'enseignement des mathématiques à différents niveaux de la scolarité (école primaire, collège, lycée) et selon des points de vue et cadres d'approches divers. Castela, en adoptant une entrée didactique multi cadres, mettait en évidence des positions différentes du sujet élève en résolution de problème et par suite, pointait les différenciations afférentes dans le processus de dévolution (Castela,

2008) ; Sarrazy, en considérant la dimension anthropologique du didactique, caractérisait différents types d'hétérogénéités présents au sein du système didactique (Sarrazy, 2008) ; et Bautier exposait un point de vue, développé en sociologie, sur l'impact des pratiques enseignantes dans la construction des inégalités scolaires (Bautier, 2008).

Par ailleurs, depuis une trentaine d'années, se dégagent d'un ensemble important de travaux en didactique des mathématiques à différents niveaux de la scolarité, trois problématiques (au moins, et non disjointes) cruciales, en émergence déjà dans le travail inaugural de Perrin-Glorian concernant les « questions didactiques soulevées par l'enseignement des mathématiques dans les classes faibles » (Perrin-Glorian, 1993, 1997) : les pratiques enseignantes ; le rapport au savoir et les processus de dévolution et d'institutionnalisation ; les enjeux sémiotiques. Ces points sont succinctement précisés ci-dessous.

### *Les pratiques enseignantes : des élèves aux enseignants et réciproquement*

Un certain nombre de travaux, menés avec des cadres théoriques et méthodologiques spécifiques de l'analyse des pratiques enseignantes, ont permis depuis plusieurs années de repérer des phénomènes d'enseignement et d'apprentissage spécifiques à l'étude des élèves en difficulté dans les contextes de ZEP (Peltier, 2004, Charles-Pezard, 2010 ; Charles-Pezard, Butlen & Masselot, 2012). Ces chercheurs et leurs collaborateurs travaillent en effet à pointer de plus en plus finement les contraintes, dilemmes ou difficultés pesant sur les enseignants : travailler le sens d'un concept et les algorithmes qui lui sont inhérents, articuler les connaissances anciennes des élèves aux nouvelles connaissances objets d'apprentissage, gérer la complexité de la situation de classe, travailler sur un temps long et évaluer régulièrement, placer les élèves dans une logique de réussite ou dans une logique d'apprentissage, prendre en compte les contraintes didactiques liées aux cheminements cognitifs des élèves. Ils mettent en évidence des dimensions organisatrices des pratiques comme par exemple : l'installation de la paix scolaire, l'exercice d'une vigilance didactique ou la gestion du couple de processus dévolution/institutionnalisation (Charles-Pezard, Butlen & Masselot, 2012).

### *Pratiques d'enseignement et construction d'inégalités dans les apprentissages scolaires*

D'autres travaux en didactique rejoignent des problématiques issues de recherches menées en sociologie de l'éducation, sur les élèves en difficulté ou sur la construction d'inégalités scolaires (Bautier, 2007 ; Bonnéry, 2007 ; Rochex & Crinon, 2011). Dans ces recherches, les pratiques d'enseignement et leurs effets sur les apprentissages des mathématiques sont interrogés au regard des implicites de ces pratiques, des règles du jeu didactique plus ou moins laissées en responsabilité aux élèves, comme autant de vecteurs potentiels de différenciation dans ces apprentissages (Bonnéry & Coulange, 2008 ; Laparra & Margolinas, 2011). Certains de ces travaux reconsidèrent le rôle des processus complémentaires de dévolution et d'institutionnalisation sur la construction d'inégalités dans les apprentissages, et ce, à l'instar de recherches antérieures ou conduites par ailleurs (Perrin-Glorian, 1993 ; Butlen & Pézard, 2003 ; Castela, 2008 ; Charles-Pezard 2010). Notamment, la question de l'institutionnalisation comme conditionnant la visibilité des savoirs dans les situations d'enseignement et la façon dont les élèves investissent de façon potentiellement différente ces situations y paraît centrale (Coulange, 2011 ; Margolinas et Laparra, 2011). Cette question peut d'ailleurs conduire à interroger les régimes de détermination des pratiques d'enseignement et de leurs effets différenciateurs sur les apprentissages d'un point de vue à la fois sociologique et didactique (Rochex, 2011 ; Coulange et Rochex 2012).



*Les processus interprétatifs dans les échanges didactiques en adaptation scolaire*

Quelle est la spécificité des élèves en difficulté dans l'enseignement ordinaire, au-delà d'être de bons révélateurs de difficultés inhérentes à tout apprentissage, et de bons révélateurs pour la mise en évidence d'étapes de conceptualisation ou pour développer des analyses plus fines (épistémologiques, didactiques, ...) concernant les contenus d'enseignement ? Les travaux de recherches dans le contexte de l'adaptation scolaire permettent d'apporter des éclairages à cette question concernant les élèves de l'enseignement ordinaire. Ils amènent à repérer une spécificité essentielle : la sensibilité très accrue aux processus interprétatifs dans la relation didactique (Conne, 2008 ; Giroux (à paraître)) et la nécessité de la prise en considération des interactions de connaissances dans les processus didactiques (Conne, Favre et Giroux, 2006 ; Giroux, 2008).

Par ailleurs, les travaux sur l'enseignement des mathématiques dans le contexte de la transition secondaire/supérieur ont mis en évidence une certaine parenté des phénomènes constatés avec les précédents : les étudiants peinent à identifier la logique des écrits mathématiques, les objets auxquels ces écritures renvoient, et les relations entre ces objets. Des travaux ont ainsi été réalisés sur les apports d'une étude de type sémiotique et sa contribution possible à l'étude du milieu avec lequel les élèves peuvent interagir (Bloch & Gibel, 2011) ; des travaux plus spécifiques se sont intéressés aux contenus mathématiques en jeu et à leur difficulté spécifique, comme la logique et la possibilité de ne pas dissocier sens et formalisme (Chellougui, 2009 ; Ghedamsi & Chellougui, 2012 ; Barrier, 2009 ; Kouki & Ghedamsi, 2012).

**PRESENTATION DES COURS**

Les trois cours proposés lors de la 17<sup>ème</sup> école d'été pour le thème « les élèves en difficulté dans l'enseignement ordinaire » visent à explorer l'évolution des recherches en didactique sur les points précédents (ou d'autres en fonction des choix des chargés de cours), à en étudier leur impact sur le système éducatif, et/ou réciproquement à questionner la prise en compte des contraintes du système dans ces recherches, à poser de nouvelles questions de recherche ou en reconstruire certaines. Ainsi, après quarante années de développement de la didactique des mathématiques, il s'agit de faire le point sur nos savoirs concernant « les élèves en difficulté en mathématiques dans l'enseignement ordinaire », dans une perspective épistémologique d'évolution de notre discipline, et dans une perspective de confrontation à l'évolution des réalités du système éducatif et au développement d'autres champs de recherche travaillant sur ce thème (en particulier les sciences cognitives et les sciences sociales). Ainsi, il importe de considérer les apports de trois grandes perspectives de recherche en didactique des mathématiques : Monique Charles-Pézarid et Pascale Masselot sur les travaux menés dans le cadre des contextes spécifiques du travail en ZEP à l'école primaire et au début du collège, en privilégiant l'axe « pratiques enseignantes et cheminements cognitifs des élèves » depuis leur observatoire en ZEP dans le premier degré ; Lalina Coulange sur les travaux menés en didactique des mathématiques en collaboration avec les approches sociologiques actuelles, en privilégiant l'axe « pratiques d'enseignement et construction d'inégalités dans les apprentissages scolaires », depuis son observatoire de travail conduit en partie en collaboration avec des sociologues dans le cadre du réseau RESEIDA (REcherches sur la Socialisation, l'Enseignement, les Inégalités et les Différenciations dans les Apprentissages) ; Jacinthe Giroux sur les travaux menés dans l'enseignement spécialisé comme contributeurs indispensables pour penser ceux développés dans l'enseignement ordinaire, en privilégiant l'axe « processus interprétatifs », depuis son observatoire basé aussi bien dans l'enseignement spécialisé que dans l'enseignement ordinaire.

## REFERENCES

- BAUTIER, E. (2008) « Pratiques scolaires et inégalités sociales », In Rouchier, A, Bloch, I. (Coord.). *Perspectives en didactique des mathématiques Cours de la XIII<sup>ème</sup> École d'été de didactique de mathématiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- BONNERY S. (2007) *Comprendre l'échec scolaire*. Paris, La Dispute
- BONNERY S., COULANGE L. (2008) Pratiques scolaires et inégalités sociales, études de cas en CM2-Sixième, ROUCHIER, A, BLOCH, I. (COORD.). *Perspectives en didactique des mathématiques Cours de la XIII<sup>ème</sup> École d'été de didactique de mathématiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage. CDROM.
- BUTLEN D., PEZARD M. (2003) Étapes intermédiaires dans le processus de conceptualisation en mathématiques. *Recherches en didactiques des mathématiques*, 23(1), 41-78.
- CASTELA C. (2008) Approches didactique des processus différenciateurs dans l'enseignement des mathématiques : l'exemple des apprentissages relatifs à la résolution de problèmes, In Rouchier A, Bloch I. (Coord.). *Perspectives en didactique des mathématiques Cours de la XIII<sup>ème</sup> École d'été de didactique de mathématiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- CHARLES-PEZARD M. (2010) Installer la paix scolaire, exercer une vigilance didactique. *Recherches en didactique des mathématiques* 30 (2), 197-261
- CHARLES-PEZARD M., BUTLEN D., M., MASSELOT P., (2012) *Professeurs des écoles débutants en ZEP : quelles pratiques ? Quelle formation ?*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- CONNÉ F. (2008) L'expérience comme signe didactique indiciel. *Recherches en didactique des mathématiques*, 28(2), 219-264.
- CONNÉ F., FAVRE J.-M. & GIROUX J., (2006) Répliques didactiques aux difficultés d'apprentissage des mathématiques : le cas des interactions de connaissances dans l'enseignement spécialisé. In Doudin P.-A. & Lafortune L. (éds) *Intervenir auprès d'élèves ayant des besoins particuliers*. Presses de l'Université du Québec.
- COULANGE L. (2011) Quand les savoirs mathématiques à enseigner deviennent incidents. Étude des pratiques d'enseignement des mathématiques d'une enseignante de CM2, In Rochex J-Y. & Crinon J. (Eds) *La construction des inégalités scolaires ; Au cœur des pratiques et des dispositifs d'enseignement* Rennes : PUR.
- COULANGE L., ROCHEX J.-Y. (2012) La construction des inégalités scolaires : approches sociologique et didactique, *Communication au séminaire National de Didactique des Mathématiques d'octobre 2012*.
- GIROUX (à paraître) Étude des rapports enseignement/apprentissage des mathématiques dans le contexte de l'adaptation scolaire : Problématique et repères didactiques. *Education et Didactique*.
- GIROUX J. (2008) Conduites atypiques d'élèves du primaire en difficulté d'apprentissage. *Recherches en didactique des mathématiques* 28 (1), 9-62.
- LAPARRA M., MARGOLINAS C. (2011) Quand les maîtres contribuent à leur insu à renforcer les difficultés des élèves. In Rochex, J-Y. & Crinon, J. (Eds) *La construction des inégalités scolaires ; Au cœur des pratiques et des dispositifs d'enseignement*. Rennes : PUR.
- MARGOLINAS C., LAPARRA M. (2011) Des savoirs transparents dans le travail des professeurs à l'école primaire. In Rochex, J-Y. & Crinon, J. (Eds) *La construction des inégalités scolaires ; Au cœur des pratiques et des dispositifs d'enseignement*. Rennes : PUR.
- PELTIER M.-L. (Coord.) (2004) *Dur pour les élèves, dur pour les enseignants, dur d'enseigner en ZEP*. Grenoble : La Pensée Sauvage
- PERRIN-GLORIAN M.-J. (1993) Questions didactiques soulevées à partir de l'enseignement des mathématiques dans des classes « faibles ». *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12, 5-118.
- PERRIN-GLORIAN M.-J. (1997) Que nous apprennent les élèves en difficulté en mathématiques ? *Repères-IREM*, 29, 43-66.
- ROCHEX J-Y. (2011) Conclusion la fabrication de l'inégalité scolaire : une approche bernsteinienne, In Rochex J-Y. & Crinon J. (Eds) *La construction des inégalités scolaires ; Au cœur des pratiques et des dispositifs d'enseignement* Rennes : PUR.
- ROCHEX J-Y. & CRINON J. (2011) *La construction des inégalités scolaires ; Au cœur des pratiques et des dispositifs d'enseignement*. Rennes : PUR.
- ROUCHIER A, BLOCH I. (COORD.) (2008) *Perspectives en didactique des mathématiques Cours de la XIII<sup>ème</sup> École d'été de didactique de mathématiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- SARRAZY B. (2008) Différencier les hétérogénéités dans l'enseignement des mathématiques. Tenants idéologiques et enjeux didactiques.. In Rouchier, A, Bloch, I. (Coord.) *Perspectives en didactique des mathématiques Cours de la XIII<sup>ème</sup> École d'été de didactique de mathématiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.

## COURS

## ÉLÈVES EN DIFFICULTE ET PRATIQUES ENSEIGNANTES DANS DES CLASSES DE MILIEUX DEFAVORISES

Monique Charles-Pézar<sup>9</sup> & Pascale Masselot<sup>10</sup>

Ce cours a pour but de présenter une synthèse de recherches menées par une équipe de chercheurs du Laboratoire de Didactique André Revuz (LDAR) sur l'enseignement des mathématiques à des élèves en difficulté issus de milieux socialement défavorisés, souvent scolarisés en ZEP. Ces recherches s'inscrivent principalement dans le cadre théorique de la théorie des situations et dans celui de la double approche. L'exposé comporte deux parties complémentaires, l'une centrée sur les élèves, l'autre sur les pratiques enseignantes.

Dans un premier temps, après avoir dressé un profil quantitatif et surtout qualitatif d'un élève en difficulté en mathématiques, nous exposons des résultats de recherches, menées par Butlen et Pézar, centrées sur l'enseignement d'un contenu spécifique : le calcul mental et la résolution de problèmes. Nous explicitons d'une part ce que nous avons appelé le paradoxe de l'automatisme, d'autre part les liens existant entre maîtrise de techniques opératoires et construction du sens des nombres et des opérations. Nous présentons ensuite des cheminements cognitifs spécifiques des élèves en difficulté issus de milieux socialement défavorisés, susceptibles de les aider à surmonter leurs difficultés.

Dans une seconde partie, considérant que les mathématiques potentiellement fréquentées par les élèves diffèrent selon les pratiques enseignantes, nous déplaçons notre regard et présentons des recherches portant sur les pratiques de professeurs des écoles enseignant les mathématiques dans des écoles de ZEP scolarisant des publics socialement très défavorisés. La première, basée sur des observations « naturelles », a débouché d'une part sur la mise en évidence de contradictions marquant profondément ces pratiques, d'autre part sur une première catégorisation de celles-ci. La seconde recherche s'appuie sur l'élaboration, la mise en œuvre et l'évaluation des effets d'un dispositif d'accompagnement de professeurs des écoles débutant en ZEP. Elle a permis d'identifier plusieurs grandes questions qui se posent à l'ensemble de la profession et dont les réponses nous semblent organiser les pratiques : l'installation de la paix scolaire, l'exercice d'une vigilance didactique ou encore la gestion du couple de processus dévolution/institutionnalisation. Les différentes manières dont les professeurs des écoles investissent ces dimensions de leur activité peuvent avoir des effets différenciateurs sur les apprentissages, notamment ceux des élèves en difficulté.

## REFERENCES

- BUTLEN D., PELTIER M-L., PEZARD M. (2002) Nommé(s) en REP, comment font-ils ? Pratiques de professeurs des écoles enseignant les mathématiques en REP : cohérence et contradictions, *Revue Française de Pédagogie*, 140, 41-52.
- BUTLEN D., PEZARD M. (2003b) Etapes intermédiaires dans le processus de conceptualisation en mathématiques, *Recherche en didactique des mathématiques*, 23(1), 41-78.
- BUTLEN D., CHARLES-PEZARD M. (2007) Conceptualisation en mathématiques et élèves en difficulté. Le calcul mental entre sens et technique, *Grand N*, 79, 5-32.
- CHARLES-PEZARD M. (2010) Installer la paix scolaire, exercer une vigilance didactique, *Recherches en Didactique des mathématiques*, 30(2), 197-261.
- CHARLES-PEZARD M., BUTLEN D., MASSELOT P. (2012) *Professeurs des écoles débutants en ZEP : quelles pratiques ? Quelle formation ?*, Grenoble : La Pensée Sauvage.

<sup>9</sup> Laboratoire de Didactique André Revuz (LDAR) - Université Paris Est-Créteil - IUFM de Créteil.

<sup>10</sup> Laboratoire de Didactique André Revuz (LDAR) - Université de Cergy-Pontoise - IUFM de Versailles.

## COURS

VARIATIONS SUR LES PROCESSUS INTERPRETATIFS DANS L'ETUDE DES  
DIFFICULTES D'APPRENTISSAGEJacinthe Giroux<sup>11</sup>

Trois variations sur le thème des processus interprétatifs à l'œuvre dans le domaine des difficultés d'apprentissage seront présentées. Chacune de ces variations est développée selon une focale déterminée. La première est celle des cadres interprétatifs propres aux champs disciplinaires qui investissent l'étude des difficultés d'apprentissage en mathématiques. La confrontation de ces cadres révèle des divergences importantes sur l'angle d'approche, ce qui tend à brouiller l'objet d'étude ainsi que l'espace de recherche et de diffusion qui lui est consacré. Les deuxième et troisième focales sont relatives aux processus interprétatifs, entendus comme sémiotes (Peirce, 1978), qui déterminent les interactions didactiques. La deuxième focale est spécifique aux interactions élèves/milieu didactique. Certaines conduites d'élèves tendent à montrer une activité mathématique qui détourne ou déborde le milieu didactique. Ces conduites qui échappent aux contraintes ou qui sont peu sensibles à la rétroaction permettent en retour de repérer certains mécanismes inattendus entre connaissances et milieu. Enfin, la dernière focale est celle des processus interprétatifs à l'œuvre dans l'entretien didactique. Prenant appui sur des entretiens menés auprès d'élèves en difficulté sur la notion de fraction, nous distinguons différentes dynamiques diachroniques, impliquant autant l'élève que son interlocuteur, qui affectent le contenu des échanges.

## REFERENCES

- CONNE, F. (1999) Faire des maths, faire faire des maths et regarder ce que ça donne, In G. Lemoine et al. (dir.), *Le cognitif en didactique des mathématiques*, Montréal, Presses de l'Université de Montréal, p. 31-69.
- GIROUX, J. (2008) Conduites atypiques d'élèves du primaire, *Recherches en didactique des mathématiques*, 28(1), 9-62
- GIROUX, J. (2010) Pour une différenciation de la dyscalculie et des difficultés d'apprentissage en mathématiques, *Actes du colloque du Groupe de didacticiens des mathématiques*, Moncton, 10-12 juin 2010.
- GIROUX, J. (2013) Étude des rapports enseignement/apprentissage des mathématiques dans le contexte de l'adaptation scolaire. Problématique et repères didactiques. *Éducation et didactique*, 7(1), 59-86.
- WOODWARD, J., MONTAGUE M. (2002). Meeting the Challenge of Mathematics Reform for Students with LD, *The Journal of Special Education*, 136 (2), 89-101.

---

<sup>11</sup> Université du Québec à Montréal, Département d'éducation et formation spécialisées, Groupe d'études sur les mathématiques en adaptation scolaire – Membre associée au Laboratoire Cultures Education Sociétés (LACES), Université de Bordeaux, Equipe ADS (Anthropologie et diffusion de savoirs).

## COURS

QUELLE VISIBILITE DES CONNAISSANCES ET DES SAVOIRS MATHÉMATIQUES ?  
L'INSTITUTIONNALISATION AU CŒUR DE LA CONSTRUCTION DES INÉGALITÉS  
SCOLAIRESLalina Coulange<sup>12</sup>

L'étude des activités d'élèves en difficulté donne à constater comment du fait d'implicites liés à ces activités, la décontextualisation et la recontextualisation des connaissances et savoirs mathématiques fait obstacle à leurs apprentissages et ce, de façon récurrente. Ce « simple » constat et ses conséquences potentielles sur la construction des inégalités scolaires sont mis à l'étude de façons diverses dans des travaux issus de la sociologie de l'éducation ou de la didactique (voire des didactiques) : malentendus socio-cognitifs, secondarisation des genres de discours, bifurcations didactiques, contrats didactiques différentiels, etc. L'origine des phénomènes ainsi mis en évidence nous paraît pouvoir être reconsidérée du point de vue du double point de vue des processus complémentaires de dévolution et d'institutionnalisation. Nous nous attarderons particulièrement sur la question de l'institutionnalisation, comme permettant d'appréhender des conditions de visibilité des savoirs mathématiques pour les élèves au sein ou à l'issue des situations didactiques, mais aussi, comme conditionnant, à plus long terme, la façon dont ces mêmes élèves investissent de façon potentiellement différente ces situations. Dès lors, cette question nous conduira à interroger les régimes de détermination des pratiques d'enseignement des mathématiques à l'école et de leurs effets différenciateurs d'un point de vue qui se veut à la fois didactique et sociologique.

## REFERENCES

- COULANGE, L. (2012) *L'ordinaire de l'enseignement des mathématiques, Pratiques enseignantes et leurs effets sur les apprentissages des élèves*. Note de synthèse en vue de soutenir une Habilitation à Diriger des Recherches, Université Paris 7. Texte disponible sur TEL : <http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00801863>
- COULANGE, L., ROCHEX J.-Y. (2013), La construction des inégalités scolaires : approches sociologique et didactique. In Coppé S., Haspekian M. (Eds) *Actes du Séminaire National de Didactique des Mathématiques 2012*, 31-52. IREM Paris 7 et ARDM.
- JAUBERT, M., REBIERE, M, avec la collaboration de BERNIE J.-P. (2012), *Communautés discursives disciplinaires scolaires et construction de savoirs : l'hypothèse énonciative*. Forumlecture.ch, Plate-forme internet sur la littéracie. Texte disponible sur : [http://www.leseforum.ch/myUploadData/files/2012\\_3\\_Jaubert\\_Rebiere\\_Bernier.pdf](http://www.leseforum.ch/myUploadData/files/2012_3_Jaubert_Rebiere_Bernier.pdf)
- MARGOLINAS, C., LAPARRA, M. (2008) Quand la dévolution prend le pas sur l'institutionnalisation. *Actes du colloque Les didactiques et leur rapport à l'enseignement et à la formation*, Bordeaux. Texte disponible : <http://www.aquitaine.iufm.fr/infos/colloque2008/cdromcolloque/communications/marg.pdf>
- ROCHEX, J.-Y., CRINON J. (2011), La construction des inégalités scolaires, au cœur des pratiques et dispositifs d'enseignements. Rennes : PUR, Coll. Paideia

<sup>12</sup> Equipe E3D (Epistémologie et Didactiques Des Disciplines), Laboratoire Cultures Education Sociétés (LACES EA 4140) & IUFM d'Aquitaine, Université de Bordeaux.

## TRAVAUX DIRIGES

INFLUENCE DES CONDITIONS DIDACTIQUES ET DES CONTRATS SUR  
L'APPRENTISSAGE DES ELEVES EN DIFFICULTE : UN EXEMPLE, LA  
PROPORTIONNALITE EN SEGPA.

Samuel Voisin,  
Isabelle Bloch (LACES, Université de Bordeaux, Equipe E3D)

*Thème et cadre théorique*

Cet atelier est issu d'une recherche menée sur l'enseignement de la proportionnalité en SEGPA. Les travaux de didactique des mathématiques ont montré l'inaboutissement fréquent du projet d'appropriation de la proportionnalité auprès des élèves jusqu'au collège, et tout particulièrement en ASH. Afin de savoir si une adaptation peut se faire sans dénaturer le savoir, nous proposons une progression sur l'enseignement de la proportionnalité en SEGPA.

Les cadres théoriques engagés pour cette étude sont, d'une part la double approche (Robert 2005), et d'autre part, la TSD (Théorie des Situations Didactiques, Bloch et Gibel 2011). Il s'y adjoint des apports sur l'enseignement dans le cadre de l'ASH : de nombreux travaux ont montré que des phénomènes de contrat spécifiques étaient à l'œuvre dans ces classes (Séminaire national de Didactique des mathématiques, 2003 ; Bloch, 2008).

*Déroulement de l'atelier*

Après une présentation des cadres théoriques utilisés pour la recherche, les participants seront amenés à travailler sur l'organisation possible de l'enseignement du thème "proportionnalité". Nous étudierons ensuite des séances menées en SEGPA, via des vidéos et des transcriptions. Les analyses a posteriori seront conduites par les participants à l'aide des cadres introduits, dans une analyse croisée.

## REFERENCES

- BLOCH I. (2008) Les signes mathématiques dans l'enseignement spécialisé : concevoir des situations pour restaurer le processus interprétatif. Étude d'une progression sur la multiplication en SEGPA. *Les Sciences de l'éducation, Pour l'ère nouvelle*, **41(1)**, 91-113.
- BLOCH I., GIBEL P. (2011) Un modèle d'analyse des raisonnements dans les situations didactiques : étude des niveaux de preuves dans une situation d'enseignement de la notion de limite, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, **31-2**, 191-228, La Pensée Sauvage, Grenoble. Ref. 0246-9367
- CHARLES-PEZARD M, BUTLEN D., MASSELOT P. (2012) *Professeurs des écoles débutants en ZEP: Quelles pratiques? Quelle formation?* Grenoble : La Pensée Sauvage.
- ROBERT A. (2005) De recherches sur les pratiques aux formations d'enseignants de mathématiques du second degré : un point de vue didactique, *Annales de didactique et de sciences cognitives de Strasbourg*, **10**, 209-250.
- SIMARD A. (2012) Le concept de proportionnalité dans la liaison CM2-6<sup>ème</sup>. *Petit x* **90**, 35-52.

## TRAVAUX DIRIGES

ANALYSES DE PRATIQUES ENSEIGNANTES DANS DES CLASSES ACCUEILLANT  
DES ELEVES EN GRANDE DIFFICULTE

M'hammed Ennassef (LACES, Université de Bordeaux, Equipe E3D)  
 Karine Millon-Faure (IFE, UMR-ADEF Université de Provence)  
 Carine Reydy (LACES, Université de Bordeaux, Equipe E3D)

L'objectif de cet atelier à trois voix est de présenter différentes approches permettant d'étudier les pratiques enseignantes auprès d'élèves en difficulté dans des contextes variés.

M. Ennassef étudie les pratiques d'enseignants pendant les séances d'aide personnalisée, portant sur la résolution de problèmes, comparées à leurs pratiques en grand groupe. Dans un premier temps, il présentera les cadres théoriques sur lesquels l'analyse sera basée : d'une part la théorie des situations didactiques de G. Brousseau (Gibel & Ennassef 2012) et d'autre part la double approche (Robert 2008). Les travaux de D. Butlen et son équipe trouvent un écho important dans cette étude. Dans un deuxième temps, les participants analyseront les réponses à un questionnaire proposé à des enseignants de CE1-CE2 sur les élèves en difficulté et plus particulièrement sur les aides mises en place pour traiter ces difficultés. Ensuite il leur sera demandé d'analyser des travaux d'élèves prenant également appui sur une séquence vidéo montrant la résolution de problèmes menée dans une classe de l'agglomération bordelaise. Les participants questionneront ensuite la pertinence de ces travaux en formation.

K. Millon-Fauré s'intéresse aux répercussions des difficultés langagières des élèves sur les pratiques enseignantes en utilisant le champ de la didactique comparée et plus précisément la théorie de l'Action Conjointe (Sensevy-Mercier 2007). Pour cela, elle cherchera à comparer une même activité proposée dans une classe ordinaire et dans une classe d'accueil pour élèves peu francophones au moyen de tableaux synoptiques. Cela lui permettra de mettre en évidence chez l'enseignant un phénomène d'autocensure qu'elle a appelé « refoulement didactique » (Millon-Fauré 2011).

C. Reydy étudie les pratiques des enseignants de CLIS<sup>13</sup> concernant l'apprentissage de la soustraction posée comparées à celles des enseignants de CE1 ou CE2 (Reydy 2013). Elles sont décrites au regard de la double-approche ergonomique et didactique (Robert 2008) et s'appuient sur des témoignages recueillis en formation au Capa-SH et sur les résultats d'un questionnaire adressé aux professeurs de CLIS de gironde. L'analyse d'une séquence mise en place en CLIS permet dans un second temps d'élaborer des hypothèses sur des contenus souhaitables en formation et sur des pistes de situations d'enseignement sur la soustraction.

## REFERENCES

- GIBEL P, ENNASSEF M. (2012), Analyse en théorie des situations didactiques d'une séquence visant à évaluer et à renforcer la compréhension du système décimal. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*. 17, 87-116, IREM de Strasbourg.
- MILLON-FAURE, K. (2011). Les répercussions des difficultés langagières des élèves sur l'activité mathématique en classe : le cas des élèves migrants. Thèse de doctorat. Université de Provence.
- PELTIER M.-L. (sous la direction de) (2004) *Dur d'enseigner en ZEP. Analyse des pratiques de professeurs des écoles enseignant les mathématiques en réseaux d'éducation prioritaire*. Avec la collaboration de D. BUTLEN, P. MASSELOT, B. NGONO, M. PEZARD, A. ROBERT, D. VERGNES. La pensée sauvage. Grenoble.
- REYDY C. (2013), Apprendre à poser les soustractions en CLIS ? Quand l'enseignement spécialisé questionne les pratiques ordinaires sur les opérations. *Recherches en Didactique des Mathématiques*. À paraître.
- ROBERT, A. (2008) La double approche didactique et ergonomique pour l'analyse des pratiques d'enseignants de mathématiques. In VANDEVROUCK, F. (Ed.) (pp. 59–68) *La classe de mathématiques : activités des élèves et pratiques des enseignants*. Toulouse : Octarès éditions.
- SENSEVY, G. & MERCIER, A. (2007). *Agir ensemble. L'action conjointe du professeur et des élèves dans le système didactique*. Rennes : PUR.

<sup>13</sup> Classe pour l'Inclusion Scolaire

## TRAVAUX DIRIGES

## QUELLE CONTRIBUTION LA DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES PEUT-ELLE APPORTER A L'ETUDE DES DIFFICULTES COMPORTEMENTALES ?

Lucie DeBlois (Centre de recherche sur la réussite scolaire – CRIRES -, Université Laval)

Nos recherches sur l'interprétation à donner aux difficultés des élèves en mathématiques se sont d'abord appuyées sur les travaux de Piaget (1974, 1977), de Bergeron et Herscovics (1988) et de Vergnaud (1990). Elles ont conduit à l'élaboration d'un modèle d'interprétation des activités cognitives des élèves (DeBlois, 2003) et à l'étude de la transformation de la sensibilité des enseignants à l'égard des erreurs de leurs élèves (DeBlois, 2006, 2009). Nos études ont aussi permis d'observer une vision instrumentale des mathématiques chez des élèves de 12 à 14 ans par rapport à ceux de 15 à 17 ans qui se détachent de cette conception pour s'attarder à la compréhension des notions (DeBlois, 2008). Nous avons posé l'hypothèse selon laquelle cette conception instrumentale des mathématiques pourrait expliquer la création de règles et d'habitude suscitant des réactions d'évitement de la tâche et, éventuellement des difficultés comportementales en classe. Nous avons donc cherché à arrimer nos travaux à la notion de rapport au savoir (Charlot, 1999) de contrat didactique (Brousseau, 1983) et de socialisation scolaire (Garcion-Vauter, 2003; Giddens 1987). Dans un premier temps, nous nous proposons de travailler sur le verbatim de médiations réalisées avec des élèves de 6 à 9 ans qui ont cherché à éviter les tâches mathématiques qui leur étaient proposées (DeBlois et Larivière, 2012). Dans un deuxième temps, nous étudierons certaines tâches issues des manuels scolaires proposés aux enseignants afin d'identifier les conceptions mathématiques qu'ils pourraient entraîner. Enfin, nous examinerons les questions de recherche qu'il est possible de dégager de nos observations.

## REFERENCES

- DEBLOIS L. LARIVIERE, A. (2012) Une analyse du contrat didactique pour interpréter les comportements des élèves au primaire. *Colloque Espace Mathématique Francophone 2012*. <http://www.emf2012.unige.ch/>
- DEBLOIS, L. (2009) La collaboration enseignants/chercheurs et leur développement professionnel respectifs. *Actes du colloque CIEAEM*. Montréal.  
[http://math.unipa.it/~grim/cieaem/Proceedings\\_cieaem\\_ORDM\\_Montreal\\_09\\_orales\\_sub5.pdf](http://math.unipa.it/~grim/cieaem/Proceedings_cieaem_ORDM_Montreal_09_orales_sub5.pdf)
- DEBLOIS L. (2008) Un autre joueur dans la classe de mathématique : le contrat didactique. In Myre Bisailon J., Rousseau N. (Eds.) (pp. 193-211) *L'élève en grande difficulté : Contextes d'interventions favorables*. Québec : Presses de l'Université du Québec - Collection Éducation et Recherche.
- DEBLOIS, L. (2006). Influence des interprétations des productions des élèves sur les stratégies d'intervention en classe de mathématiques. *Educational Studies in Mathematics*, 62(3), 307-329.
- DEBLOIS L. (2003) Préparer à intervenir auprès des élèves en interprétant leurs productions: une piste. *Éducation et Francophonie XXXI*(2) 176-199. [http://www.acelf.ca/c/revue/pdf/XXXI\\_2\\_176.pdf](http://www.acelf.ca/c/revue/pdf/XXXI_2_176.pdf)
- GARCION-VAUTOR L. (2003) L'entrée dans l'étude à l'école maternelle. Le rôle des rituels du matin. *Ethnologie française* 1 (33), 141-148.
- GIDDENS A. (1987). *La constitution de la société*. Paris, PUF.



## TRAVAUX DIRIGES

## ENTRE LE FORMALISME MATHEMATIQUE ET SES « SIGNIFICATIONS » : L'ACTE INTERPRETATIF, UN MAILLON FAIBLE DE LA RELATION DIDACTIQUE ? UNE ETUDE DANS LE CONTEXTE DE L'ENSEIGNEMENT SECONDAIRE/SUPERIEUR.

Faiza Chellougui (Faculté des Sciences de Bizerte)

Imène Ghedamsi (Institut Préparatoire aux Etudes d'Ingénieurs de Tunis)

Rahim Kouki (Institut Préparatoire aux Etudes d'Ingénieurs de Tunis El Manar)

L'objectif de ce TD est d'amener les participants à mettre en place une méthode de travail leur permettant de s'engager dans une démarche de repérage et de traitement de difficultés potentielles et/ou réelles d'élèves/étudiants, dans des contextes "ordinaires". Le contenu mathématique abordé concerne l'algèbre et l'analyse réelle en fin du lycée et à l'entrée à l'université. Nous limiterons l'étude aux difficultés liées aux choix institutionnels, aux pratiques enseignantes et à la complexité du processus cognitif intervenant dans l'apprentissage des mathématiques avancées (savoirs FUGS, au sens de Rogalski & Robert).

Dans tous les cas, la nature du savoir mathématique visé met au cœur de cet atelier un travail sur les difficultés qu'engendre le formalisme mathématique face à ses "significations".

A l'aide des cadres retenus, nous cherchons à identifier des régularités permettant de catégoriser les outils nécessaires à un travail visant le diagnostic des difficultés, et sensibiliser les participants à l'intérêt que pourrait apporter le passage à une phase post-diagnostic de traitement des difficultés, et sa prise en compte dans un projet de "remédiation".

Les participants à l'atelier seront invités à travailler sur les trois séances, en utilisant un corpus tiré de nos travaux (questionnaires aux élèves et enseignants, transcriptions de séances et d'entretiens), selon les trois étapes indiquées ci-dessous :

1. Identification d'outils de diagnostic des difficultés. L'idée n'est pas de mettre l'accent sur les outils théoriques utilisés, mais plutôt de souligner une typologie de questionnements que permet de poser chacun de ces outils dans une perspective de repérage des difficultés.

2. Catégorisation des difficultés en fonction des origines établies (choix institutionnels, pratiques enseignantes, etc.). Il s'agit ensuite, conformément à l'outil théorique en jeu, de construire un modèle d'étude de ces questionnements.

3. Mise en place d'une phase post-diagnostic. L'intérêt serait porté ici aux travaux proposant une phase de mise en place d'alternatives, toutes spécificités confondues (ingénieries didactiques, ingénieries longues, théories d'apprentissages mathématiques, etc.).

## RÉFÉRENCES

- BLOCH I., GHEDAMSI I. (2010) From numbers to limits: situations as a way to a process of abstraction. *Proceedings of CERME 6*, WG 12, 2386 – 2395. Lyon © IFE 2010.
- BLOCH I., GIBEL P. (2011) Un modèle d'analyse des raisonnements dans les situations didactiques : étude des niveaux de preuves dans une situation d'enseignement de la notion de limite, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 31-2, 191-228, Grenoble: La Pensée Sauvage.
- CHELLOUGUI F. (2009) L'utilisation des quantificateurs universel et existentiel, entre l'explicite et l'implicite. *Recherches en Didactique des Mathématiques* 29-2, 123-154.
- CHELLOUGUI F., KOUKI R. (2012) Enquêtes épistémologique et didactique du concept de quantification. In Dorier J.-L., Coutat S. (Eds.) *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21e siècle – Actes du colloque EMF 2012*, Genève (GT4, 593–602).
- GHEDAMSI I., CHELLOUGUI F. (2012) Antiphérèse de  $\sqrt{2}$  : introduction d'une dimension a-didactique dans l'enseignement de l'analyse à l'université. In Dorier J.-L., Coutat S. (Eds.) *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21e siècle – Actes du colloque EMF 2012*, Genève (GT7, 987–1004).
- KOUKI R., GHEDAMSI I. (2012) Limite des méthodes syntaxiques en algèbre du secondaire. In Dorier J.-L., Coutat S. (Eds.) *Enseignement des mathématiques et contrat social : enjeux et défis pour le 21e siècle – Actes du colloque EMF 2012*, Genève (GT3, 435–444).
- KOUKI R. (2006) Equations et inéquations au secondaire entre syntaxe et sémantique. *Petit x*, 71, 7-28.

## FIL ROUGE

### ROLES ET PLACES DE LA DIDACTIQUE ET DES DIDACTIENS DES MATHÉMATIQUES DANS LA SOCIÉTÉ ET DANS LE SYSTÈME ÉDUCATIF

Le dispositif « fil rouge » vise à développer une réflexion sur le thème fédérateur de l'école d'été *via* trois dispositifs : quatre conférences d'une demi-heure en plénière, deux groupes d'études et une table ronde.

Les conférences permettent le travail des deux grands groupes de questions portées par le fil rouge – la diffusion des savoirs de didactique des mathématiques et les interrogations adressées aux didacticiens par l'institution – à travers le développement d'exemples précis.

Les groupes d'étude viendront alimenter la table ronde, par la production de questions ou une problématisation complémentaire des questions initiales du fil rouge.

## CONFERENCE

LES COMPETENCES « A LA DANOISE » ET LA RECHERCHE EN DIDACTIQUE DES  
MATHEMATIQUES

Carl Winsløw (Institut for Naturfagenes Didaktik, U. de Copenhague)

En soi, le mot compétence veut tout et rien dire. Au Danemark et pour le cas de l'enseignement mathématique, il en est différent depuis la publication, par le ministère de l'éducation, d'un traité élaboré par un groupe de travail dirigé par M. Niss (2002), et dont l'ambition était de répondre à 10 questions très larges, comme (pour n'en citer que deux) : « Quelles compétences mathématiques devront être développées chez les élèves aux diverses étapes du système d'éducation ? » et « Comment mesure-t-on les compétences mathématiques ? » La réponse du groupe était une construction théorique relativement élaborée, que nous esquisserons brièvement. Elle a ensuite influencé pratiquement toutes les réformes des programmes de mathématiques au Danemark, et elle a nourri aussi bien des traités similaires pour d'autres champs disciplinaires que des travaux de recherche faits au Danemark comme à l'étranger. Nous allons cerner comme critique la question du rapport entre genericité et spécificité des compétences, déjà présente d'ailleurs dans le traité évoqué, et particulièrement délicate pour la question de l'évaluation (cf. Winsløw, 2005). Nous examinerons ensuite quelques exemples de travaux de recherche ayant eu comme point de départ ces données, telle la proposition de Grønbæk et al. (2007) pour le cas des programmes universitaires, de développer la notion de « compétences spécifiques » pour (re)donner une place à des praxéologies concrètes et en quelque sorte « observables », cf. aussi Chevallard (2002).

## REFERENCES.

- CHEVALLARD, Y. (2002). Organiser l'étude 3. Écologie & régulation. In Dorier, J. L. et al. (Eds.), *Actes de la 11e école de didactique des mathématiques*. Grenoble : La Pensée Sauvage.
- GRØNBÆK, N., WINSLØW, C. (2007). Developing and assessing specific competencies in a first course on real analysis. In F. Hitt, G. Harel, & A. Selden (Eds.), *Research in collegiate mathematics education VI*, pp. 99-138. Providence, RI: American Mathematical Society.
- NISS, M. et al. (2002). *Kompetencer og matematiklæring. Ideer, og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark*. Copenhague: Ministère de l'Éducation. Traduction en anglais (*Competencies and mathematical learning: Ideas and inspiration for the development of mathematics teaching and learning in Denmark*) disponible sur : <http://nyfaglighed.emu.dk/kom/mateng.pdf>
- WINSLØW, C. (2005). Définir les objectifs de l'enseignement mathématique : La dialectique matières-compétences. *Annales de didactique et des sciences cognitives* 10 (2005), 131-156.

## CONFERENCE

## « L'APPROCHE PAR COMPETENCES » SOUS L'ANGLE DE LA DIDACTIQUE.

Maggy Schneider (Université de Liège)

En Belgique francophone, l'Approche par Compétences fait l'objet, depuis une quinzaine d'années, d'un discours d'intention sur les missions de l'enseignement, discours dont le caractère idéologique se mesure à l'empressement d'en évaluer les effets avant même d'avoir approfondi la réflexion sur les moyens.

Cette mouvance se réclame essentiellement du paradigme socio-constructiviste sur lequel sont axées les formations des conseillers pédagogiques. Les situations-problèmes deviennent alors, à l'école, un dispositif d'évaluation formative à la résolution de problèmes visant à entraîner les élèves à de supposées compétences transversales comme l'autonomie et la créativité ou encore la compétence à formuler une hypothèse ou à communiquer. On convertit ici indûment des théories d'apprentissage, modèles du développement mental de l'enfant, en mots d'ordre pour l'action enseignante au sein d'institutions scolaires.

Cette doxa a suscité un certain marasme chez les praticiens et, chez les chercheurs, des positions très contrastées allant d'une décomposition des difficultés en niveaux de tâches permettant d'adapter l'évaluation au niveau des élèves à la préconisation d'un enseignement très méthodologique. Dans les deux cas, on néglige les conditions, mises en évidence par la didactique, sous lesquelles l'activité des élèves, en situation, peut conduire à l'apprentissage de savoirs mobilisables dans une autre situation.

## REFERENCES

- FAGNANT, A. & DEMONTY, I. (2005). *Résoudre des problèmes : pas de problème ! Guide méthodologique et documents reproductibles*. Bruxelles : De Boeck.
- KAHN, S. (2010). Différents types de compétences : Comment les faire acquérir ? Comment les évaluer ? *Socle commun et travail par compétences. Balises et boussole*.
- REY B. ; CARETTE V. & KAHN S. (2002). *Lignes directrices pour la construction d'outils d'évaluation relatifs aux socles de compétences*. Rapport auprès de la Commission des outils d'évaluation.
- SCHNEIDER M. (2006a). Quand le courant pédagogique 'des compétences' empêche une structuration des enseignements autour de l'étude et de la classification de questions parentes. *Revue Française de Pédagogie*, 154, 85-96.
- SCHNEIDER M. (2006b). Comment des théories didactiques permettent-elles de penser le transfert en mathématiques ou dans d'autres disciplines ? *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 26 (1), 9-38.

## CONFERENCE

## RECHERCHE ET PRODUCTION DE RESSOURCES DE L'EQUIPE ERMEL (IFE)

Jacques Douaire (LDAR, Université de Cergy-Pontoise, IUFM de Versailles)

Les recherches menées par l'équipe ERMEL au sein de l'INRP, puis de l'Ifé (EducMath) sur les apprentissages mathématiques à l'école primaire, ont abouti à la production de ressources pour les enseignants et les formateurs, constituées principalement par les ouvrages de la collection ERMEL.

*De la recherche à la production de ressources*

Les recherches que l'équipe ERMEL a conduit sur les apprentissages numériques aux cycles 2 et 3 de l'école primaire avaient pour origine des constats sur les pratiques d'enseignement sous-estimant notamment le rôle de la résolution de problèmes dans les apprentissages.

Nos recherches présentent donc un double aspect : production de connaissances et production de ressources. Elles nécessitent :

- 1) Une analyse du savoir, des problèmes, des procédures pour les résoudre, s'appuyant sur des travaux de didactique et de psychologie.
- 2) L'organisation de l'étude des différentes notions.
- 3) L'élaboration de situations didactiques et leur expérimentation dans des classes de plusieurs académies durant plusieurs années ; en fonction des résultats, des situations sont abandonnées ou modifiées, voire l'approche même d'une notion est repensée.

Ces trois composantes sont en interaction : l'identification des potentialités des élèves étant aussi issue des expérimentations menées.

- 4) La rédaction d'un ouvrage pour les formateurs et pour les enseignants du premier degré.

## LES OUVRAGES DE LA COLLECTION ERMEL

ERMEL (les six ouvrages « Apprentissages numériques et résolution de problèmes » publiés de 1990 (GS) à 1999 (CM2)  
ERMEL (2006) Apprentissages géométriques et résolution de problèmes au cycle 3 (Hatier)

## DES ARTICLES RELATIFS AUX DISPOSITIFS PROPOSES ET A LA FORMATION

DOUAIRE J., ARGAUD H.-C., DUSSUC M.-P., HUBERT C., (2003) Gestion des mises en commun par des maîtres débutants, in Colomb J., Douaire J., Noïrfalise R (dir) ADIREM/INRP. *Faire des maths en classe ? Didactique et analyse de pratiques enseignantes.*  
DOUAIRE J., HUBERT C. (2002) Mises en commun et argumentation en mathématiques. *Grand N* n°68  
EMPRIN F., DOUAIRE J., RAJAIN C., (2009) L'apprentissage du 3D à l'école, des situations d'apprentissage à la formation des enseignants. *Repères IREM* n° 77.

CONFERENCE

CONDITIONS INSTITUTIONNELLES DE LA DIFFUSION DES RESULTATS DE LA  
DIDACTIQUE DES MATHEMATIQUES.

Jean François Chesné (DEPP)