

THÈSE DE DIDACTIQUE DES MATHÉMATIQUES

Auteur : Jannick TRUNKENWALD (Doctorant ED623, LDAR, Université Paris Cité)

Directeur de recherche : Alain KUZNIAK (Professeur Émérite, LDAR, Université Paris Cité)

"Sur les formes de travail mathématique mobilisées par des élèves de lycée autour de la notion de probabilité : approche combinatoire et approche fréquentiste."

Le Jury de la Thèse :

M. Alain KUZNIAK (Professeur Émérite, Université Paris Cité, Directeur)

M. Fabrice VANDEBROUCK (Professeur, Université Paris Cité, Examinateur)

Mme Ines GOMEZ-CHACON (Professeur, Complutense University of Madrid, Rapporteur)

Mme Fabienne VENANT (Professeur, Université Québec à Montréal, Rapporteur)

Mme Assia NECHACHE (MCF, CYU Université, Co-Encadrante)

Résumé – français :

Le sujet de notre thèse porte sur les différentes formes de travail mathématique mobilisées par les élèves de lycée autour de la notion de probabilité. Concernant la probabilité qu'un événement donné se réalise au cours d'une expérience aléatoire, deux approches sont envisageables. Une première approche a priori, dite combinatoire, permettant d'obtenir une valeur exacte de la probabilité à partir d'un univers constitué d'issues possibles. Une deuxième approche a posteriori, dite fréquentiste, permet d'estimer empiriquement cette valeur de probabilité par l'observation de données réelles issues d'un grand nombre de répétitions de l'expérience aléatoire considérée, ou d'une simulation de celle-ci.

Ce caractère dual de la notion de probabilité interroge aussi le processus de modélisation mathématique d'un phénomène aléatoire, et ceci d'autant plus que le domaine des probabilités et celui des statistiques descriptives sont restés relativement distincts dans le contexte de l'enseignement au lycée. Nous observons l'élève dans sa classe, lorsque ces deux approches de la probabilité sont mises en perspective à travers une situation d'apprentissage adaptée. Le concept de travail évoque à la fois l'idée d'un effort fourni par un individu et l'idée d'un résultat produit à l'issue de cet effort.

Dans le contexte des mathématiques, l'action intellectuelle doit mettre en œuvre un processus de nature cognitive dans le but de mettre en évidence un savoir abstrait. Nous exploitons la théorie de l'Espace de Travail Mathématique qui décrit cette tension produite par l'interaction entre un sujet cognitif et le savoir épistémologique. Cela nous permet d'analyser la mobilisation par les élèves des signes, des artefacts, ou des notions théoriques, afin de respectivement produire des visualisations, des constructions, ou des preuves.

Une classe de terminale est confrontée à une tâche à résoudre, qui est basée sur un jeu de dés. L'expérimentation se décline suivant trois phases successives d'implémentation de cette tâche. Une première phase oriente les élèves vers l'étude de données statistiques présentées sous forme d'échantillons de même taille permettant de conjecturer une valeur approchée de probabilité de gagner à ce jeu. Il est alors demandé aux élèves de déterminer la valeur exacte de celle-ci par un raisonnement. Une deuxième phase consiste à diminuer la taille des échantillons afin de faire découvrir la loi binomiale par ces élèves. Une troisième phase mène les élèves à justifier par

une approche combinatoire les bornes de l'intervalle de fluctuation d'échantillonnage observées lors de la première phase.

Notre analyse de ces trois phases expérimentales permet d'identifier différentes formes élémentaires de travail. Cela nous amène à proposer une caractérisation de différents styles de travail mathématique personnel qui émergent du côté des élèves de terminale, lorsque les approches fréquentiste et combinatoire de la notion de probabilité sont mises en perspective dans le cadre de la classe, au lycée.

Résumé – anglais :

Subject of our thesis concerns the different forms of mathematical work used by high school students around notion of probability. Concerning the probability that a given event will occur during a random experiment, two approaches are possible. A priori approach, called combinatorial, makes it possible to obtain an exact value of probability from a universe made up of possible outcomes. A posteriori approach, called frequentist, makes it possible to empirically estimate this probability value by observing real data from a large number of repetitions of the random experiment considered, or from a simulation of it.

Notion of probability dual nature also questions the process of mathematical modelling of a random phenomenon, all the more so since the field of probability and that of descriptive statistics have remained relatively distinct in context of high school education. We observe the student in his class, when these two approaches to probability are put into perspective through an adapted learning situation.

The concept of work evokes both the idea of an effort made by an individual and the idea of a result produced at the end of this effort. In context of mathematics, intellectual action must implement a process of a cognitive nature with the aim of highlighting abstract knowledge. We exploit Mathematical Work Space theory which describes this tension produced by interaction between a cognitive subject and epistemological knowledge. This allows us to analyze the students' mobilization of signs, artifacts, or theoretical notions, in order to respectively produce visualizations, constructions, or proofs. A final year class is faced with a task to solve, which is based on a dice game.

This experiment is divided into three successive phases of implementation of this task. A first phase directs students towards the study of statistical data presented in the form of same size samples allowing them to conjecture an approximate value of probability of winning in this game. Students are then asked to determine the exact value of this here by reasoning. A second phase consists of reducing the sample size in order to introduce binomial law to these students. A third phase leads students to justify, using a combinatorial approach, the limits of sampling prediction interval observed during the first phase.

Our analysis of these three experimental phases makes it possible to identify different elementary forms of work. This leads us to propose a characterization of different styles of personal mathematical work that emerge among final year students, when frequentist and combinatorial approaches to notion of probability are put into perspective in high school class context.